



Misoppfatninger knyttet til tall

17.04.18



Olav Dalsegg Tokle, Astrid Bondø og Roberth Åsenhus
MATEMATIKKSENTERET, NTNU

Innholdsfortegnelse

INNLEDNING	3
NULL SOM PLASSHOLDER	4
OPPGAVER	5
ANALYSE	5
ELEVSVAR	6
DESIMALTALL SOM PAR AV HELE TALL	8
OPPGAVER.....	9
ANALYSE.....	9
ELEVSVAR	10
ANTALL DESIMALER AVGJØR STØRRELSEN TIL TALLET	13
OPPGAVER.....	13
ANALYSE.....	14
ELEVSVAR	15
OPPSUMMERING - MISOPPFATNINGER TALL.....	17

Innledning

Her ser vi på misoppfatninger innen området Tall, vi vil vise eksempler på diagnostiske oppgaver, gi korte analyser av oppgavene, og eksempel på elevsvar som kan tyde på at elever er i misoppfatninger.

Opgavene til er utviklet og prøvd ut av en prosjektgruppe ved Matematikksenteret.

Opgavene tester om elevene forstår oppbyggingen av posisjonssystemet (prinsippet om at hver plass er en tierpotens) og om de kjenner navnet til plassverdiene. I tillegg tester oppgavene bruken av null som plassholder og forståelsen av desimaltall.

Null som plassholder

Fra arbeid med telling og mengdebegrepet har elevene erfaringer med at en tom mengde ikke inneholder noen objekter, altså null objekter. Noen elever kan til og med si at null betyr "ingenting". Hvis de tar med seg, og generaliserer, denne ideen om at null ikke har noen betydning over til arbeid med posisjonssystemet kan det føre til misoppfatninger.

Null som plassholder handler om å kunne bruke null for å fylle en tom plass i plassverdisystemet. Elevene skal vite at 3 hundrere, 7 enere og 4 hundredeler skrives som 307,04, og ikke 37,4.

4,09 og 4,009 er det samme som 4,9 fordi nullene bak komma kan vi ta bort.



Misoppfatninger knyttet til *null som plassholder* henger ofte tett sammen med misoppfatningen desimaltall som par av hele tall.

Noen elever svarer for eksempel at 4,09 er større enn 4,7 og 4,008. De sammenligner størrelsen på tallene skrevet bak komma, i dette tilfellet 09, 7 og 008, og mener at 9 er størst ettersom nullene ikke betyr noen ting.

I oppgaven til høyre har elever som svarer 7 eller 0,7

Hvilket tall skal stå i den tomme ruta?

vanskeligheter med å bruke 0 på korrekt måte som plassholder.

$$4,57 = 4 + 0,5 + \boxed{}$$

- 0,07 0,52 0,7 7

Elever som er i misoppfatningen

desimaltall som par av hele tall vil svare 0,52 på grunn av at det "mangler" 52 for å få 57 bak komma.

Oppgaver

Her er tre oppgaver som kan egne seg til å undersøke om elevene er i en misoppfatning om *null som plassholder*.

1. **Skriv tallet som er to mindre enn 15 000.**
2. **Skriv tallet som har fire på tusenplassen, tre på tierplassen og fem på enerplassen.**
3. **Hvilket tall er størst?**
 - 5,09
 - 5,7
 - 5,008

Analyse

Gjennom utprøving av oppgaver ser vi at mange elever viser mangelfull forståelse for *null som plassholder*. Resultatene fra utprøvingen viser at omtrent 20 % av elevene i 6. trinn svart at 13 000 er to mindre enn 15 000. Som elevsvaret nedenfor viser, behandler eleven 15 000 som 15 og eleven viser i utregning av 13 er to mindre enn 15, og setter på de tre nullene til slutt. Eleven forholder seg til nullene, men ikke til null som plassholder. Dette feilsvaret var mindre brukt på 9. trinn, der litt over 5 % av elevene svarte dette.

I 9. trinn er det 150 det mest vanlige feilsvaret i denne oppgaven. Dette kan skyldes at elevene i ungdomsskolen jobber med forkorting av brøker og at elever dermed «stryker» nuller uten å ha forstått dette. Elevene stryker to nuller for å få et tall som er to mindre.

Elevsvar

Her er noen elevsvar fra da oppgavene ble prøvd ut på elever fra 5. til 10. trinn.

Skriv tallet som er to mindre enn 15 000.

Vis hvordan du tenker her:

~~7 500~~ ~~15 000~~ ~~14 000~~ ~~15 000 - 2 000~~

$$15\ 000 - 2\ 000 = 15 - 2 = \underline{\underline{13\ 000}}$$

MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Skriv tallet som har fire på tusenplassen, tre på tierplassen og fem på enerplassen.

Vis hvordan du tenker her:

~~435~~ ~~435~~ ~~435~~ Jeg ser på plassene ~~435~~

~~435~~ som står som tår på tårer de skal vere

~~435~~ 435

MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Hvilket tall er størst?

- 5,09
- 5,7
- 5,008

Vis hvordan du tenker her:

Jeg tokk krysset på 5,09 for at det var 9 bakers og det er større en 7 og 8 og 0 har ikke verdi. Så 008 er bare 8 tror jeg.

Desimaltall som par av hele tall

Når barn (og voksne) er usikre på meningen med noe, forsøker de å tolke det ukjente inn i en kjent sammenheng. I forbindelse med symboliseringen av desimaltall fører det i noen sammenhenger til at elevene overser desimalkommaet, og i andre sammenhenger til at de tenker at desimaltallet er satt sammen av to uavhengige, naturlige tall som er skilt fra hverandre med et komma.

Denne type tenking gjør at noen elever tolker 5,65 som "fem hundre og sekstifem", mens andre kan tolke det som to separate, naturlige tall "fem og sekstifem". Ensidig konkretisering av desimaltall ved hjelp av kroner og øre eller meter og centimeter kan være med på underbygge tolkningen av desimaltall som et par av hele tall, der rollen til kommaet er å være skilletegn mellom de to heltallsdelene.

Denne misoppfatningen underbygges av mange i dagligtale:

$\pi \approx 3,14$ (uttales ofte "tre komma fjorten")

1,83 m (uttales ofte "en komma åttitre")

19,90 kr (uttales ofte "nitten nitti")

Halvparten av 4,10 er 2,5 fordi halvparten av 4 er 2 og halvparten av 10 er 5.



Det er derfor viktig å referere til plassverdiene i posisjonssystemet i behandlingen av desimaltall. For eksempel bør verdien av π med to desimaler uttales som "tre hele, én tidel og fire hundredeler". Etter hvert som elevene er fortrolig med denne måten å uttale desimaltall på, vil det være naturlig å gå over til en uttale som poengterer delene i desimalene "tre komma en fire". Da blir det tydeligere at det dreier seg om ett tall som består av siffer med verdier, og ikke to tall med komma mellom.

Oppgaver

Her er fire oppgaver som kan egne seg til å undersøke om elevene er i misoppfatningen *desimaltall som par av hele tall*.

1. Hva er halvparten av 6,10?
2. Hva er det dobbelte av 4,7?
3. Sorter tallene etter størrelse fra minst til størst

0,53

0,175

0,2

4. Hvilket tall skal stå i den tomme ruta?

$$4,57 = 4 + 0,5 + \boxed{}$$

- 0,07 0,52 0,7 7

Analyse

Gjennom utprøving av oppgavene, ser vi at mange elever avgir svar som tyder på at de er i misoppfatningen *desimaltall som par av hele tall*. I oppgaven «Hva er halvparten av 6,10?», svarte omtrent halvparten av elevene 3,5, fordelt på omtrent 60 % av elevene i 6. trinn og 40 % av elevene i 9. trinn.

Som elevsvarene viser behandler elevene 6,10 som to sett med hele tall: tallet 6 foran kommaet og 10 bak kommaet. Så halverer elevene 6 og får 3 og så halverer de 10 og får 5. Til slutt settes de sammen de to settene, med komma som skille, til svaret 3,5.

Samme tankegang blir avslørt når elevene skal doble 4,7. Elevene som er i misoppfatningen *desimaltall som par av hele tall* vil doble 4 og få 8 og så doble 7 og så 14. Så setter de sammen de to delene, en del før kommaet og en del bak kommaet og svarer 8,14.

Elevsvar


Her er noen elevsvar fra da oppgavene ble prøvd ut på elever fra 5. til 10. trinn.

Hva er halvparten av 6,10?

Vis hvordan du tenker her:

3,5

Jeg tenkt at da må jeg trekke fra halvparten av de to tallene ovenfor.


 MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Hva er halvparten av 6,10?

Vis hvordan du tenker her:

$6:2=3=3,5$

$0,10:2=0,5$

 MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Hva er det dobbelte av 4,7?

8,14

Vis hvordan du tenker her:

Eg ginner bare ut ha e dobbelt 4 og 7 og stille det sammen og sett på komma på riktig plass.

Hvilket tall skal stå i den tomme ruta?

$$4,57 = 4 + 0,5 + \square$$

- 0,07
 0,52
 0,7
 7

Vis hvordan du tenker her:

$$0,52 + 5 = 5,7$$

Sorter tallene etter størrelse fra minst til størst.

0,53 0,175 0,2

Vis hvordan du tenker her:

0,2 - 0,53 - 0,175

Jeg tenker at man ser på tallet bak null

Antall desimaler avgjør størrelsen til tallet

Misoppfatninger knyttet til sammenligning av desimaltall der tallene er oppgitt med ulikt antall desimaler.

Mange elever tror at det korteste desimaltallet er minst (og det lengste størst), når heltallsdelen er lik. Det kan komme av at de ser på tallet bak komma som et helt tall. De vil si at 0,5 er mindre enn 0,25 fordi 5 er mindre enn 25. Misoppfatningen *desimaltall som par av hele tall*, er grunnlaget for misoppfatningen at det korteste desimaltallet er minst.

0,375 er mindre enn 0,25 fordi 0,375 har tusendeler og de er veldig små.



Andre elever er i misoppfatningen at det lengste desimaltallet er minst. De vil si at 0,375 er mindre enn 0,25 fordi tusendeler er mindre enn hundredeler. Tallet med tusendelene er delt i flere deler, og dermed blir hver del mindre.

Oppgaver

Her er tre oppgaver som kan egne seg til å undersøke om elevene er i en misoppfatning om at *antall desimaler avgjør størrelsen til tallet*. Det er verdt å merke seg at disse oppgavene også tester misoppfatningen *desimaltall som par av hele tall*.

1. Sorter tallene etter størrelse fra minst til størst

0,53 0,175 0,2

2. Hvilket tall er minst?

0,35 0,3752 0,225 0,4

3. Hvilket tall er størst?

0,549
 0,77
 0,6

Analyse

I oppgaven der elevene skal sortere tre desimaltall etter størrelse, fra minst til størst, kommer to høyfrekvente feilsvar fram. Elever som er i misoppfatningen *desimaltall som par av hele tall*, sorter tallene i denne rekkefølgen: 0,2 – 0,53 – 0,175. De sammenligner desimaltalldelene i tallene som om de var heltall og finner ut at 2 er minst og 175 størst.

Det andre høyfrekvente feilsvaret kommer fra elever som sorterer tallene på denne måten: 0,175 – 0,53 – 0,2. For dem er 0,175 mindre enn 0,53 fordi 0,175 inneholder tideler, hundredeler og tusendeler, mens 0,53 inneholder tideler og hundredeler. 0,2 blir da størst fordi det inneholder bare tideler og ikke er oppdelt i mindre deler. Ut fra vår utprøving er dette feilsvaret nesten like høyfrekvent i både 6. og 9. trinn, med at rundt 10 % av elevene har svart dette.

I de to andre oppgavene skal elevene sammenligne størrelsen til desimaltall med samme heltallsdel. Elevene som er i misoppfatningen *desimaltall som par av hele tall* ser på 0,4 som det minste tallet (oppgave 2) og 0,549 som det største tallet (oppgave 3). Elever som lar *antall desimaler avgjør størrelsen til tallet*, vil si at 0,3752 er minst og 0,6 størst. For disse elevene er 0,3752 minst fordi det er det eneste tallet som inneholder titusendeler. På samme måte blir 0,6 størst, siden det er eneste oppgaven som ikke inneholder hundredeler.

Elevsvar

Her er noen elevsvar fra da oppgavene ble prøvd ut på elever fra 5. til 10. trinn.

Sorter tallene etter størrelse fra minst til størst.

0,53 0,175 0,2

Vis hvordan du tenker her:

0,175 - 0,53 - 0,2 så flere desimaler ~~0,53~~ så mindre blir det.

Hvilket tall er minst?

0,35 0,3752 0,225 0,4

Vis hvordan du tenker her:

Forde det har mest tall bak komma. Derfor er det ~~0,3752~~ minst.

Hvilket tall er størst?

- 0,549
- 0,77
- 0,6

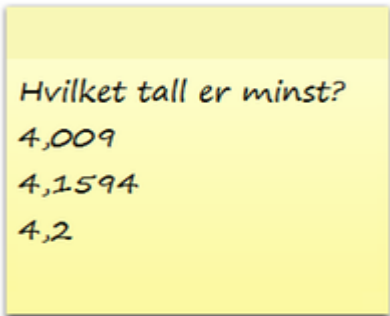
Vis hvordan du tenker her:

Større 0,6 fordi mer tall mindre

Oppsummering - Misoppfatninger Tall

Null som plassholder

Sifferet null har en viktig funksjon i posisjonssystemet ved å det fyller en tom plass, for eksempel for å skille et tall som 401 fra tallet 41. Siden null også brukes i betydningen "ingen", for eksempel som svar på subtraksjonen $12 - 12$, tenker en del elever at de bare kan kutte ut null i tall og i utregninger. I eksemplet til høyre vil elever i denne misoppfatningen svare at 4,2 er minst, fordi de ser bort fra nullene i 4,009, og da er 2 mindre enn 9 og 1594.



Desimaltall som par av hele tall

Elevene som er i denne misoppfatningen ser på et desimaltall som et tall sammensatt av to uavhengige hele tall som er skilt fra hverandre med et komma. For disse elevene vil 4,2 være minst av tallene i eksemplet til høyre, fordi 2 er mindre enn 009 og 1594. På samme måte vil 4,1594 være det største tallet i eksemplet, fordi 1594 (ett tusen fem hundre og nitti fire) er mindre enn 009 og 2.

Antall desimaler avgjør størrelsen til tallet

Misoppfatningen går på at elevene vurderer størrelsen til tallet ut fra hvor mange desimaler tallet har. Elever i denne misoppfatningen vil svare at 4,2 er det minste tallet, fordi det har færrest desimaler. Dersom elevene, mer eller mindre konsekvent, mener at tallet med flest desimaler er minst, kan det for eksempel skyldes at de tenker at tusendeler er mindre enn tideler. Disse elevene vil svare at 4,1594 er minst, fordi det har flere desimaler enn 4,2 og 4,009.