



# Misoppfatninger knyttet til brøk

---

17.04.18



Olav Dalsegg Tokle, Astrid Bondø og Roberth Åsenhus  
MATEMATIKKSENTERET, NTNU

## Innholdsfortegnelse

<b>INNLEDNING .....</b>	<b>3</b>
<b>NEVNER REPRESENTERER ANTALL DELER - UAVHENGIG AV STØRRELSE.....</b>	<b>4</b>
OPPGAVER.....	4
ANALYSE.....	5
ELEVSVAR .....	5
<b>JO STØRRE NEVNER (ELLER TELLER), JO STØRRE BRØK.....</b>	<b>7</b>
OPPGAVER.....	8
ANALYSE.....	8
ELEVSVAR .....	9
<b>BRØKSTREK ER LIK DESIMALKOMMA .....</b>	<b>12</b>
OPPGAVER.....	12
ANALYSE.....	12
ELEVSVAR .....	13
<b>DIFFERANSEN MELLOM TELLER OG NEVNER AVGJØR STØRRELSEN TIL BRØKEN .....</b>	<b>15</b>
OPPGAVER.....	16
ANALYSE.....	16
ELEVSVAR .....	17
<b>TELLER (ELLER NEVNER) ER ET ISOLERT TALL.....</b>	<b>19</b>
OPPGAVER.....	19
ANALYSE.....	19
ELEVSVAR .....	21
<b>TAR IKKE HENSYN TIL HELHETEN .....</b>	<b>23</b>
OPPGAVER.....	24
ANALYSE.....	25
ELEVSVAR .....	25
<b>OPPSUMMERING - MISOPPFATNINGER KNYTTET TIL BRØK.....</b>	<b>27</b>

## Innledning

Her ser vi på misoppfatninger knyttet til brøk. Vi vil vise eksempler på diagnostiske oppgaver, gi korte analyser av oppgavene, og eksempel på elevsvar som kan tyde på at elever er i misoppfatninger.

Oppgavene er utviklet og prøvd ut av Matematikksenteret. Oppgavene kartlegger misoppfatninger knyttet til forståelsen av brøkbegrepet. En brøk kan ha forskjellig betydning i ulike sammenhenger, og for å ha et godt utviklet brøkbegrep må elevene beherske alle disse aspektene. Vansker med brøk henger ofte sammen med elevenes tidligere erfaringer med de hele tallene, og mange elever bruker denne «heltallstenkingen» når de løser oppgaver med brøk. Oppgavene tester om elevene forstår betydningen av teller og nevner i en brøk, og om de for eksempel tenker på teller og nevner som to hele separate tall, noe som kan føre til flere ulike misoppfatninger innenfor brøk.

## Nevner representerer antall deler - uavhengig av størrelse

En del elever tar ikke hensyn til brøkdelenes størrelse, men fokuserer kun på antall deler. En misoppfatning som da oppstår, er at brøk ikke nødvendigvis betyr deling i like store deler. Når disse elevene møter figurer som flagget til høyre, vil de tro at hver del i flagget tilsvarer  $\frac{1}{5}$  av figuren, selv om de ser at det blå feltet er større enn de andre.



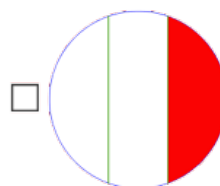
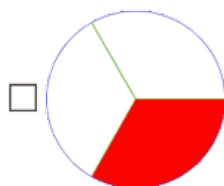
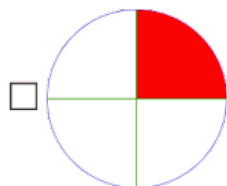
Andre vil si at  $\frac{1}{4}$  av flagget er blått siden det er 1 del som er blå og 4 deler som ikke er blå.

Disse elevene kan være i misoppfatninger knyttet til ulike aspekter ved brøkbegrepet. Når det er snakk om hvor stor del av figuren som er blå, snakker vi om del-hel. Hvis det er snakk forholdet mellom fargene, snakker vi om del-del.

### Oppgaver

Her er tre oppgaver som kan egne seg til å undersøke om elevene er i en misoppfatning om at *nevner representerer antall deler uavhengig av størrelse*.

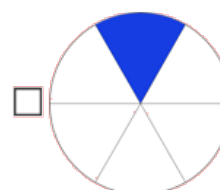
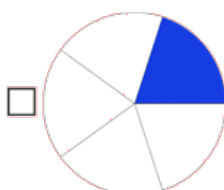
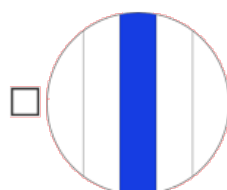
1. Velg den eller de av figurene der  $\frac{1}{3}$  er fargelagt rød.



2. Hvor stor brøkdel av flagget til Ecuador er rødt?



3. Velg den eller de av figurene der  $\frac{1}{5}$  er fargelagt blå.



## Analyse

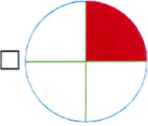
Resultatet av utprøving av oppgavene tyder på at mange elever har mangelfull forståelse for hva brøk som en del av en hel er. Elever som tror at *nevner representerer antall deler uavhengig av størrelsen*, vil si at både alternativ 2 og 3 i oppgave 1 viser at  $\frac{1}{3}$  av figuren er fargelagt rød. I begge disse alternativene er én av tre deler røde, men det er bare i alternativ 2 at én av tre like store deler er fargelagt rød. Ved utprøving viste det seg at litt over 40 % av elevene svarte både alternativ 2 og 3. Dette gjelder for både 6. og 9. trinn.

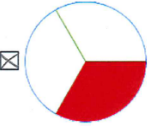
De elevene som velger alternativ 1, kan tenke at én del er rød og tre deler er hvite (del-del). Det er imidlertid få elever som avgir dette svaret.


## Elevsvar

Her er noen elevsvar fra da oppgavene ble prøvd ut på elever fra 5. til 10. trinn.

**Velg den eller de av figurene der  $\frac{1}{3}$  er fargelagt rød.**








Vis hvordan du tenker her:

Jeg tenkte at  $\frac{1}{3}$  er 3 ruter og da må en være fargelagt rød



MATEMATIKKSENTERET  
Høgskolen for matematikk i opplæringsvesen

Hvor stor brøkdel av flagget til Ecuador er rødt?

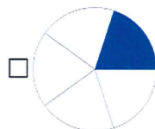
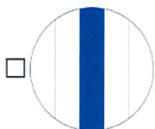
Vis hvordan du tenker her:

$$\frac{1}{3}$$

Før det er delt inn i 3 forskjellige farger og det er bare  $\frac{1}{3}$  som er rødt.



Velg den eller de av figurene der  $\frac{1}{5}$  er fargelagt rødt.




Vis hvordan du tenker her:

1 blå 5 hvit

## Jo større nevner (eller teller), jo større brøk

Når elever skal avgjøre størrelsen til brøker er det noen som overgeneraliserer kunnskapen de har om de naturlige tallene og desimaltall.

Heltallstenkingen medfører at elevene ser på teller og nevner som rene tallstørrelser uten å ta hensyn til forholdet mellom dem. Figuren til høyre viser eksempel på elevsvar der eleven mener at  $\frac{1}{9}$  er større enn  $\frac{1}{8}$  fordi 9 er større enn 8. I andre oppgaver vil noen elever svare at for eksempel  $\frac{9}{12}$  er større enn  $\frac{8}{10}$  fordi både teller og nevner er størst i  $\frac{9}{12}$ .



$\frac{1}{9}$  er større enn  $\frac{1}{8}$ ,  
fordi 9 er  
større enn 8

I desimaltall er 0,9 nærmere 1 enn 0,8. Noen elever overfører dette til brøk, og tenker at  $\frac{1}{9}$  er større enn  $\frac{1}{8}$ , og argumenterer med at  $\frac{1}{9}$  er nærmest en hel. På samme måte vurderer en del elever størrelsen til brøken  $\frac{1}{5}$  til å være omtrent en halv, altså at  $\frac{1}{5}$  er lik 0,5.

Noen elever betrakter brøkstreken som komma og vil si at  $\frac{1}{9}$  er større enn  $\frac{1}{8}$  fordi 1,9 er større enn 1,8. Mer om denne misoppfatningen omtales under *brøkstreker er lik desimalkomma*.

En annen misoppfatning er når eleven tar utgangspunkt i en hel, og vurderer størrelsen på brøken ut fra differansen mellom teller og nevner. Eksempel:  $\frac{2}{3}$  er større enn  $\frac{3}{5}$  fordi i  $\frac{2}{3}$  mangler det bare én i telleren for å få en hel, mens i  $\frac{3}{5}$  mangler det to i telleren for å få en hel. Som eksemplet viser blir svaret noen ganger riktig når elevene tenker på denne måten, men argumentasjonen avslører en misoppfatning. Misoppfatningen beskrives også under *differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken*.

## Oppgaver

Her er tre oppgaver som kan egne seg til å undersøke om elevene er i misoppfatningen *jo større nevner (eller teller), jo større brøk*.

1. Familien til Henrik er på biltur. Henrik spør om de har igjen  $\frac{1}{3}$  av turen. Mor sier de har igjen mindre enn det.

**Hvor langt kan de ha igjen av turen?**

2. **Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som  $\frac{1}{6}$ .**
3. Henrik og Kasper deler likt  $\frac{1}{4}$  L saft.

**Hvor mange liter får de hver?**

## Analyse

Når elevene skal skrive en brøk som er mindre enn  $\frac{1}{3}$  i oppgave 1, kan elever som tenker at *jo større nevner (eller teller), jo større brøk* svare  $\frac{1}{2}$ , siden 2 er mindre enn 3. Ved utprøving svarte omtrent halvparten av elevene på 6. trinn og en tredel av elevene på 9. trinn dette.

I oppgave 2 skal elevene skrive en brøk som har dobbel så stor verdi som  $\frac{1}{6}$ . På 6. trinn svarte over 60 % av elevene enten  $\frac{1}{12}$  eller  $\frac{2}{12}$  og tilsvarende tall på 9. trinn er 50 %.

Elevene som mener at større nevner gir større brøk, er også i en misoppfatning om at mindre nevner gir mindre verdi. Dette kommer fram i eksemplet med Henrik og Kasper som deler likt  $\frac{1}{4}$  l saft, ved at de svarer at halvparten av  $\frac{1}{4}$  er  $\frac{1}{2}$ .



## Elevsvar

Her er noen elevsvar fra da oppgavene ble prøvd ut på elever fra 5. til 10. trinn.

Familien til Henrik er på biltur. Henrik spør om de har igjen  $\frac{1}{3}$  av turen.  
Mor sier de har igjen mindre enn det.

**Hvor langt kan de ha igjen av turen?**

Vis hvordan du tenker her:

$\frac{1}{2}$  fordi mor sier de har igjen mindre enn  $\frac{1}{3}$  det.

Familien til Henrik er på biltur. Henrik spør om de har igjen  $\frac{1}{3}$  av turen.  
Mor sier de har igjen mindre enn det.

**Hvor langt kan de ha igjen av turen?**

Vis hvordan du tenker her:

$\frac{1}{2}$  Halveis?

Skriv en brøk som har dobbel så stor verdi som  $\frac{1}{6}$

Vis hvordan du tenker her:

Jeg tenket dobbelte av 6 som er 12  
og det dobbelte av 1 som er 2

$$\frac{2}{12} ?$$

Henrik og Kasper deler likt  $\frac{1}{4}$  L saft.

Hvor mange liter får de hver?

Vis hvordan du tenker her:

Henrik og kasper får

$$\frac{2 \text{ saft}}{4} \text{ Hver.}$$

Siden Halvparten av  
4 er 2 så det blir

$$\frac{2}{4} \text{ på begge.}$$

Henrik og Kasper deler likt  $\frac{1}{4}$  L saft.

**Hvor mange liter får de hver?**

Vis hvordan du tenker her:

$$\frac{1}{4} : \frac{2}{1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

De får  $\frac{2}{1}$  L hver

## Brøkstrek er lik desimalkomma

Mange elever forbinder brøk med teller, nevner og brøkstrek. Måten brøker skrives på, to tall skrevet over hverandre med en strek i mellom, er helt annerledes enn andre tallsymbol. Det er vanskelig for mange elever å forstå at en brøk representerer ett tall, ettersom den består av to tall, plassert på ulike linjer. En del elever behandler teller og nevner som to heltall og betrakter brøkstreken som et skilletegn mellom teller og nevner. Eksempel: Brøken  $\frac{2}{5}$  er det samme som 2,5. På samme måte svarer en del elever at  $\frac{1}{5}$  er lik 1,5. Noen elever vurderer derimot størrelsen til brøken  $\frac{1}{5}$  til å være omtrent en halv ( $\frac{1}{5}$  er lik 0,5), eller 0,1 (telleren bestemmer størrelsen).

## Oppgaver

Her er tre oppgaver som kan egne seg til å undersøke om elevene er i en misoppfatningen at *brøkstrek er lik desimalkomma*.

1. **Skriv en brøk som har samme verdi som 0,46.**
2. **Skriv  $\frac{1}{4}$  som desimaltall.**
3. **Skriv  $\frac{4}{5}$  som desimaltall.**

## Analyse

Ved utprøving av oppgavene ser vi at mange elever tolker at *brøkstrek er lik komma*. Elever som er i denne misoppfatningen vil svare at 0,46 er lik  $\frac{0}{46}$ . Resultatene fra utprøving viser at omtrent 50 % av elevene i 6. trinn og 10 % av elevene i 9. trinn svarte dette. Det er også en del elever som svarer  $\frac{4}{6}$  er lik 0,46.

Elever som tolker at *brøkstrek er lik komma*, vil svare 1,4 og 4,5 i de to andre oppgaver. Resultatene fra utprøving viser at dette gjelder omtrent halvparten av elevene på 6. trinn og 10 % av elevene i 9. trinn.

## Elevsvar

Her er noen elevsvar fra da oppgavene ble prøvd ut på elever fra 5. til 10. trinn.

**Skriv en brøk som har samme verdi som 0,46.**

Vis hvordan du tenker her:

$\frac{4}{6}$

Denne synes jeg ikke var så lett.

MATEMATIKKSENTERET  
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

**Skriv  $\frac{1}{4}$  som desimaltall.**

~~1,4~~ 1,4

Vis hvordan du tenker her:

Det er bare å sette 1 foran 4 og ta et komma i midten

MATEMATIKKSENTERET  
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Skriv  $\frac{1}{4}$  som desimaltall.

Vis hvordan du tenker her:

0,1 fordi tallet 1 står først

Skriv  $\frac{4}{5}$  som desimaltall.

Vis hvordan du tenker her:

4,5  
Jeg tenkte komma.

## Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken

Differansen mellom to størrelser er en additiv sammenheng som vi finner ved å subtrahere. Forholdet mellom to størrelser er en multiplikativ sammenheng som vi finner ved å dividere. En brøk er en multiplikativ relasjon mellom to størrelser (teller og nevner).

Noen elever tar utgangspunkt i kunnskap de har fra de naturlige tallene når de skal avgjøre størrelsen til brøker. De ser på teller og nevner som uavhengige tallstørrelser og tar ikke hensyn til forholdet mellom dem.

Det medfører at elevene ser på differansen mellom teller og nevner når de skal vurdere størrelsen til brøken. Jo mindre differansen er, jo større er brøken. Eksempel: Brøken  $\frac{3}{5}$  er større enn  $\frac{6}{9}$  fordi differansen mellom 3 og 5 er mindre enn mellom 6 og 9. Strategien vil alltid fungere dersom elevene sammenligner brøker med samme nevner, men den vil også fungere i andre tilfeller. Dersom elevene sammenligner  $\frac{1}{2}$  med  $\frac{2}{5}$ , vil feiltanken gi riktig svar. Misoppfatningen vil også kunne påvirke forståelsen av likeverdige brøker. Eksempel: Noen elever tenker at  $\frac{3}{4}$  og  $\frac{4}{5}$  er like store, fordi differansen mellom teller og nevner er lik.

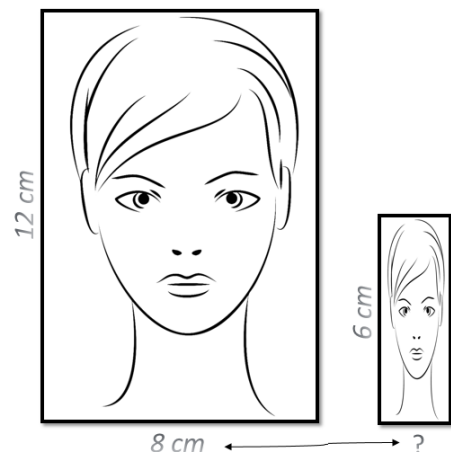
Misoppfatningen kan i tillegg komme til syne i problemer der multiplikative strukturer inngår som for eksempel brøk som forholdstall.

Eksempel: Line skal forminske et bilde, slik at størrelsen på bildet blir halvert. Høyden blir halvert,  $\frac{1}{2} \cdot 12 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$ .

Elever som ser på dette som en additiv sammenheng, vil tenke differanse i stedet for forhold ( $12 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$ ).

Når høyden minker med 6 cm, subtraherer de samme størrelse fra bredden ( $8 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$ ). Disse elevene vil mene at  $\frac{6}{12}$  er det samme som  $\frac{2}{8}$  fordi differansen mellom teller og nevner er 6 i begge brøkene.

Konsekvensen av tenkingen kommer godt til syne i figuren til høyre, der proporsjonene i bildet er endret etter forminskningen.



## Oppgaver

Her er tre oppgaver som kan egne seg til å undersøke om elevene er i misoppfatningen *differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken*.

1. Hva skal stå i den tomme ruta?

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{\boxed{\phantom{000}}}$$

2. Skriv en brøk som har samme verdi som  $\frac{4}{5}$ .

3. Hva skal stå i den tomme ruta?

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{\boxed{\phantom{000}}}$$

## Analyse

I den første oppgaven skal elevene bestemme nevneren i en brøk:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{\phantom{000}}$ . Elevene som vurderer størrelsen til brøkene ut fra differansen mellom teller og nevner, tenker at nevneren må være 3 for å få differansen 1 mellom teller og nevner. Resultatet av utprøvingen viser at omtrent 25 % av elevene i 6. trinn og 15 % av elevene i 9. trinn svarte dette.

Elevsvarene viser godt hvordan elever i misoppfatningen *differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken* tenker.



## Elevsvar

Her er noen elevsvar fra da oppgavene ble prøvd ut på elever fra 5. til 10. trinn.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

Hva skal stå i den romme ruta?

Vis hvordan du tenker her:

Fant ut hva de har plusset på en også plusset det samme under.

Skriv en brøk som har samme verdi som  $\frac{4}{5}$   $\frac{5}{6}$   $\frac{6}{7}$   $\frac{7}{8}$   $\frac{8}{9}$   $\frac{9}{10}$

Vis hvordan du tenker her:

Jeg tenker at  $\frac{4}{5}$  er bare 1 mindre enn  $\frac{5}{5}$  så derfor tenker jeg at  $\frac{5}{6}$  er det samme

Skriv en brøk som har samme verdi som  $\frac{4}{5}$

$$\frac{7}{8}$$

Vis hvordan du tenker her:



↑  
Der mangler det bare en.



Der mangler det også bare en.

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{\square}$$

Hva skal stå i den romme ruta?

Vis hvordan du tenker her:

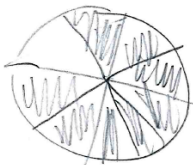
Kordi



er en del som er ikke spist.

Så

$$\frac{8}{9}$$



Så ble det en del

## Teller (eller nevner) er et isolert tall

Noen elever forholder seg kun til telleren eller nevneren og tar ikke hensyn til helheten. I mange tilfeller vil elevene få riktig svar med denne tenkingen.

Eksempel: En pizza er delt i åtte deler, og Lisa spiser  $\frac{3}{8}$  av pizzaen. Elever som kun ser på telleren svarer 3 pizzastykker og får riktig svar. Dersom Lisa spiser  $\frac{1}{4}$  av pizzaen, svarer noen av disse elevene ett pizzastykke, selv om pizzaen er delt i åtte deler. På samme måte vil de si at brøkdelen av en mengde er lik telleren i brøken, uansett antall elementer i mengden. For disse elevene vil  $\frac{1}{3}$  av dropsene i en pose utgjøre ett drops, uansett hvor mange drops det er i posen.

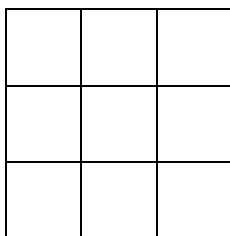
## Oppgaver

Her er to oppgaver som kan egne seg til å undersøke om elevene ser på *teller eller nevner som isolerte tall*.

1. Tegn en ring rundt  $\frac{1}{3}$  av brikkene.



2. Sett kryss i  $\frac{3}{3}$  av rutene nedenfor



## Analyse

Ved utprøving av oppgavene ser vi at mange elever tolker teller eller nevner som isolerte tall. Når elevene skal tegne en ring rundt  $\frac{1}{3}$  av en mengde, i dette tilfellet 12 brikker, vil mange


tegne en ring rundt én brikke (telleren i  $\frac{1}{3}$ ) eller tre brikker (nevneren i  $\frac{1}{3}$ ). Resultatet av utprøvingen viser at de fleste av de som svarer feil, setter ring rundt tre brikker (nevneren). Omtrent 20 % av elevene i 6. trinn og litt over 5 % av elevene i 9. trinn svarte dette.

Samme tankemåte ser vi når elevene skal markere  $\frac{3}{3}$  av et rutenett bestående av ni ruter. Elevsvarene nedenfor viser at elever som ser på teller (eller nevner) som et isolert tall, markerer tre ruter.

## Elevsvar


Her er noen elevsvar fra da oppgavene ble prøvd ut på elever fra 5. til 10. trinn.

**Tegn en ring rundt  $\frac{1}{3}$  av brikkene**




Vis hvordan du tenker her:

jeg tenkte at det er 3 brikker og Det står at jeg skal sette ring rundt en av dem.



**Tegn en ring rundt  $\frac{1}{3}$  av brikkene**




Vis hvordan du tenker her:

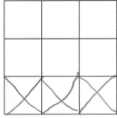
$\frac{1}{3}$       3, 6, 9, 12

12

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○



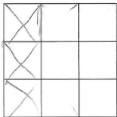
Sett kryss i  $\frac{3}{3}$  av rutene nedenfor



Vis hvordan du tenker her:



Sett kryss i  $\frac{3}{3}$  av rutene nedenfor



Vis hvordan du tenker her:

Det er 9 ruter men du skal krysse  $\frac{3}{3}$  det er 3 hele ruter.

## Tar ikke hensyn til helheten

En grunnleggende forståelse av brøk, er å kunne se brøk som en relativ størrelse. En misoppfatning noen elever kan være i, er at de oppfatter brøker som en del av den samme helheten, og at verdien av brøkene alltid har det samme forholdet til hverandre, uavhengig av brøkens helhet. De mener at en halv av noe og en halv av noe annet alltid er like mye. Elevene må erfare at brøk kan være en del av varierende mengder. Brøkdelen må sees i forhold til helheten. Det kan være forvirrende for elevene fordi en halv befinner seg bare på ett sted på tallinja, mens halvparten av noe kan variere avhengig av hva helheten er.

Noen elever vil si at brøken  $\frac{1}{2}$  beskriver den grønne figuren til høyre, mens de vil få problemer med å nevne en brøk som beskriver den blå figuren. Hvilken brøk figurene illustrerer avhenger av hva vi definerer som helheten. I og med at den grønne figuren har form som en halvsirkel, er det veldig naturlig å definere det hele som en sirkel. Den blå figuren er vanskeligere å beskrive siden vi ikke har noe bilde på hva det hele er.

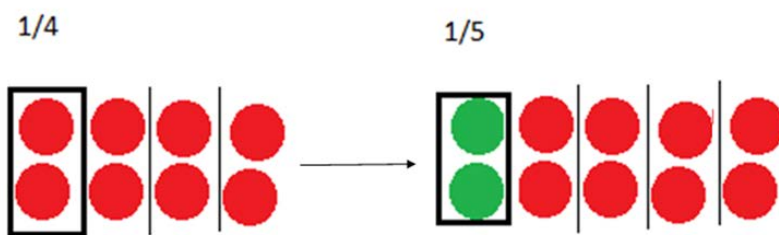


Den grønne figuren kan like gjerne være  $\frac{1}{1}$  som  $\frac{1}{2}$ . Det avhenger av hva vi definerer som helheten. Poenget er at det er viktig å definere hva som er helheten, også i forbindelse med bruk av konkreter.

Noen elever har problemer med å forstå at helheten kan endre seg. Disse elevene kan mene at en mengde vil være den samme om det først har vært en økning i antall elementer og deretter tilsvarende minking. Eksempel: Medlemstallet i en ungdomsklubb øker et år med  $\frac{1}{10}$ . Året etter minker antallet med  $\frac{1}{10}$ . Disse elevene vil da si at medlemstallet er det samme som året før.

På samme måte kan de tenke at brøkdelen er den samme, dersom du legger til enheter i en mengde og deretter tar bort like mange enheter. Eksempel: Olav har 8 brikker og legger til  $\frac{1}{4}$  av antallet. En firedel utgjør to brikker, slik at Olav har 10 brikker totalt. Etterpå tar han bort to brikker. En del elever vil da si at han tok bort en like stor del av brikkene, altså  $\frac{1}{4}$ , mens han i

realiteten tok bort 2 av 10, som utgjør  $\frac{1}{5}$ .



## Oppgaver

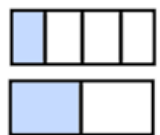
Her er en oppgave som kan egne seg til å undersøke om elevene er i misoppfatningen *tar ikke hensyn til helheten*.

Henrik og Hanna får ukepengene.

Henrik sparer  $\frac{1}{4}$  av pengene sine, mens Hanna sparer  $\frac{1}{2}$  av pengene sine.


Fire elever blir spurt om Henrik kan spare mer penger enn Hanna.

**Hvilken forklaring er riktig?**

- Vis hvordan du tenker her:
- Henrik sparer mer enn Hanna, hvis han får mer enn dobbelt så mye i ukelønn.
- Vis hvordan du tenker her:
- 

Hanna sparer alltid mer enn Henrik.
- Vis hvordan du tenker her:
- Henrik sparer alltid mer enn Hanna fordi  $\frac{1}{4}$  er større enn  $\frac{1}{2}$ .
- Vis hvordan du tenker her:
- Hanna Henrik

$\frac{1}{2}$   $\frac{1}{4}$



Begge sparer like mye.



## Analyse

Oppgaven utfordrer elevene til å se på brøk som operator (se *Problemområder knyttet til brøk*). Elevene skal ta stilling til ulike forklaringer om det er mulig at  $\frac{1}{4}$  kan være større enn  $\frac{1}{2}$ . Elevsvarene er basert på en åpen utprøving, og det riktige svaret i flervalgsoppgaven er plassert øverst til venstre for å sikre at flest mulig elever leser denne forklaringa før de ser de andre alternativene.

I vår utprøving, da oppgaven ble testet med alternativ, valgte godt over halvparten av elevene både i 6. og 9. trinn forklaringa med arealmodellen. I 6. trinn svarer rundt 10 % av elevene hver av de to nederste alternativene. De som svarer alternativet nederst til venstre tar med seg heltallstenkinga inn i brøkbegrepet og kan være i misoppfatningen *jo større nevner (eller teller), jo større brøk*. De som svarer alternativet nederst til høyre kan være i misoppfatningen *teller eller nevner er et isolert tall*.

## Elevsvar

Her er noen elevsvar fra da oppgavene ble prøvd ut på elever fra 5. til 10. trinn.

Henrik og Hanna får ukepenges.

Henrik sparer  $\frac{1}{4}$  av pengene sine, mens Hanna sparer  $\frac{1}{2}$  av pengene sine.

**Kan Henrik spare mer enn Hanna?** Nei

Vis hvordan du tenker her.

Nei, for  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  og  $\frac{2}{4}$  er større en  $\frac{1}{4}$ .

Henrik og Hanna får ukepenges.

Henrik sparer  $\frac{1}{4}$  av pengene sine, mens Hanna sparer  $\frac{1}{2}$  av pengene sine.

**Kan Henrik spare mer enn Hanna?**

Vis hvordan du tenker her:

Nei, fordi Henrik sparer 0,25 og Hanna sparer 0,5

## Oppsummering - Misoppfatninger knyttet til brøk

### Nevner representerer antall deler uavhengig av størrelse

Elever som er i denne misoppfatningen har forstått at brøk kan være del av en helhet, men de fokuserer kun på antall deler og tar ikke hensyn til brøkdelenes størrelse. I eksemplet til høyre svarer eleven at  $\frac{1}{5}$  av flagget er blått, selv om den blå delen er dobbelt så stor som de andre delene.



### Jo større nevner (eller teller), jo større brøk

Overgeneralisering av kunnskap om de naturlige tallene og desimaltall fører til at noen elever bare ser på tellerne eller nevnerne når de skal sammenligne størrelser på brøker. Disse elevene vil for eksempel si at  $\frac{1}{9}$  er større enn  $\frac{1}{8}$ , fordi 9 er større enn 8.

### Brøkstrekk er lik desimalkomma

Misoppfatningen går ut på at elevene ikke forstår hvordan symbolene i en brøk skal tolkes. De ser på tallene i en brøk som heltallsdel og desimaldel i desimaltall, og de ser på brøkstreken som et desimalkomma. Disse elevene kan si at  $\frac{2}{5}$  er det samme som 2,5.

### Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen på brøken

Misoppfatningen blir ofte omtalt som «gap-thinking» og beskriver additiv tenking hvor elevene ser på differansen mellom teller og nevner i stedet for å betrakte det som et forhold (multiplikativ tenking). Elevene vil si at brøkene  $\frac{3}{4}$  og  $\frac{4}{5}$  er like store, fordi differansen mellom teller og nevner er lik.

### Teller (eller nevner) er et isolert tall

Elevene i denne misoppfatningen ser på telleren (eller nevneren) som et isolert tall, uavhengig av helheten. Disse elevene vil for eksempel si at  $\frac{1}{5}$  av klassen utgjør én elev, uansett klassestørrelse.

### Tar ikke hensyn til helheten

Denne misoppfatningen er knyttet til brøk som operator, og hvordan helheten blir forstørret eller forminskert. Elever i denne misoppfatningen vil mene at helheten er det samme som utgangspunktet dersom den først øker med en brøkdel og deretter minker med tilsvarende brøkdel.