



Dybdelæring med regneark

VÅREN 2019



Susanne Stengrundet, Harald André Øye Sande, Jens Arne Meistad
NTNU

Innholdsfortegnelse

INNLEDNING	3
INNSAMLING OG BEHANDLING AV DATA	3
REGNE MED REGNEARK	5
LAGE MANGE EKSEMPLER PÅ KORT TID	6
FINNE MØNSTER	8
REGNEARK OG PROGRAMMERING.....	10
OPPSUMMERING	13
KILDER	13

Innledning

Regneark er kanskje det digitale hjelpemiddelet som har vært brukt lengst i skolen. Regneark er et ypperlig hjelpemiddel til økonomiske beregninger, og forlagene har laget mange gode regneark for både økonomi og statistikk. Disse regnearkene er ferdige modeller med innlagte formler. Eleven kan laste dem ned på egen PC og bruke dem både i undervisningen og til eksamen. De må bare fylle inn tallene på riktig sted, og deretter kan de enkelt lese av resultatet. Elevene får dermed en opplevelse av å mestre oppgaven. Det kan imidlertid settes spørsmåltegn ved læringsutbyttet til slike oppgaver.

Det som derimot vil utfordre elevene på mange av kjerneelementene, er å lage regneark fra starten av. Regneark kan brukes til modellering og anvendelser, og utforskning og problemløsning står sentralt når elevene skal sette opp et regneark. Hva må vi sette inn i cellen for å vise det som vi forventer? Regneark kan lett gjøres visuelt ved å fargelegge celler, rader og kolonner. I tillegg er diagrammer ofte bare et tastetrykk unna. Det betyr at regneark er en god støtte i kommunikasjonen. Siden man bruker formler for å få de riktige verdiene inn i cellen, blir også generalisering ivarettatt. Med andre ord er god undervisning med regneark et hjelpemiddel for å oppnå dybdelæring.

Innsamling og behandling av data

«Det har vært vanskelig fordi jeg har fått ansvar selv for oppgaven, men det er nok det som har gjort den morsom og interessant» «Jeg har fått lov til å undersøke noe som jeg lurer på, det har vært fint» (Elever på 7.trinn)

Sitatet er hentet fra artikkelen fra Inger-Lise Risøy som ble publisert i Tangenten 1/2019. I artikkelen beskriver hun et undervisningsopplegg der bruken av regneark er sentralt. Hun viser hvordan arbeidet med innsamling og med egne data kan øke elevenes læringslyst og læringsutbytte. Det følgende er et utdrag fra artikkelen:

I høst skulle vi på 7.trinn jobbe med kompetansemålene for statistikk. [...] Læreboka og nettoppgavene gikk ut på å lese av ulike diagram og løse oppgaver. Jeg som lærer kjente på at dette var lite utfordrende både for elevene og meg. Kjerneelementene var omtrent på plass og jeg tok utgangspunkt i dem og endringene i faget ut fra hva som sto sidene til utdanningsdirektoratet: «statistikk er viktige områder der tall benyttes i realistiske sammenhenger» (). Ved å lage en oppgave som både krevde utforskning, modellering, anvendelse, resonnering, argumentasjon og representasjon ønsket jeg å utfordre elevene, og legge til rette for aktivitet og kreativitet. Statistikk er et område hvor man har mulighet til at elevene opplever relevans i matematikkfaget. [...] [Jeg lagde] en relativ åpen oppgave som dekket alle kompetansemål innenfor statistikk etter 7. trinn. Alle

elevene på trinnet kunne gjennomføre den, ut fra sitt ståsted og kunne oppfylle kompetansemålene om enn i ulik grad. [...]. Oppgaven gikk ut på følgende: [Figur 1].

1. Tenk nøye igjennom hva du vil undersøke, og hvem du ønsker å spørre.
2. Lag en hypotese – det vil si at du skriver noen setninger om hva du tror resultatet blir.
3. Lag spørsmål til undersøkelsen din. Max 4 spørsmål. Tenk igjennom om spørsmålene gir deg svar på det du lurer på eller ønsker å undersøke.
4. Finn ut hvilket utvalg du vil ha (antall, alder, kjønn). Du kan forandre utvalg i løpet av undersøkelsen din, men begrunne hvorfor du endret på det.
5. Gjennomfør undersøkelsen. Pass på å notere underveis – det kan være lurt å ha laget ferdig en tabell på forhånd som du kladder inn i.
6. Etter undersøkelsen rydder du i notatene dine og får oversikt over resultatet.
 - a. Har du spurt mange nok?
 - b. Fikk du svar på det du lurte på?
 - c. Må du stille tilleggsspørsmål?
7. Før tabellen med resultatene inn i Excel.
8. Lag diagram i Excel – begrunn hvorfor du velger akkurat det diagrammet.
9. Vurder om undersøkelsen gikk slik du hadde tenkt.
10. Forbered en presentasjon på max 3 minutter hvor du forteller om undersøkelsen og resultatet. Her blir det viktig å få med om det var noe du ville endret på hvis du skulle ta den en gang til – eventuelle styrker og svakheter.

FIGUR 1

Vi hadde målsettinger i arbeidsprosessen hver uke, slik at ingen skulle bli hengende etter eller jobbe for fort. Den første uka jobbet vi med et felles tankekart for å gi hverandre ideer til hva de ønsket å undersøke og ikke minst hvorfor de ønsket å finne ut av noe. [...] Samme uke diskuterte vi spørsmålsstillinger og forskjellige typer spørsmål, hvilket utvalg trenger man for å få svar på akkurat det du lurer på (antall, kjønn, alder), og hva er en kvalitetsmessig god undersøkelse. Vi hadde gode felles refleksjonssamtaler og diskusjoner. De aller fleste ville ut og undersøke med en gang, men en viktig del av målsettingen var å være «virkelige» forskere, og de forbereder seg godt. Hvordan henvender man seg til noen man skal spørre om?

Elevene konstruerer sin egen forståelse, og det ble viktig å lage hypoteser i forkant. Hva trodde de svaret ble på det de spurte om? Og hvorfor trodde de at det ble slik? Hypotesen ble godkjent av meg før de kunne begynne å spørre. De fleste laget et spørreskjema og mange fant ut at det var lurt med en tabell for å holde orden på svarene. Som en av elevene sa ved evalueringen: «Det ble viktig å holde orden og ta ansvar slik at man vet hvor man har all informasjonen». De sto omtrent og dirret foran utgangsdøra før det friminuttet da jeg godkjente at nå kunne de starte. [...] Dataene ble lagt inn i en tabell i Excel og de prøvde ut ulike diagrammer for å se hvilket som best viste resultatet. Det ble gode

diskusjoner om sentralmål som typetall, median og gjennomsnitt. Når er det lurt å bruke hvilke sentralmål, og er et typetall bestandig et tall? [...]

En relativt åpen oppgave med egne valg underveis virker ofte motiverende for elevene fordi de har erfaringer fra hverdagen utenfor skolen og bruker den erfaringen for å velge sin undersøkelse. For eksempel engasjerte oppgaven flere av de guttene som er opptatt av spill, og noen ville undersøke hvilke spill elever på 7. trinn var opptatt av. De var reflekterte og valgte utvalg ut fra hva de trodde ga et mest realistisk bilde av virkeligheten blant elever på 7.trinn. [...] Interessen gjorde at de fikk et eierforhold til oppgaven og fikk en indre motivasjon. Når elevene blir aktivt engasjert, kan det igjen føre til læring og utvikling faglig. Det Wæge og Nosrati skriver om at indre motivasjon gir ofte resultater i form av utholdenhet, glede, selvtillit, kreativitet, engasjement og et utvidet spekter av problemløsningsstrategier, så jeg i praksis og ga meg en bekreftelse på at det er viktig som lærer å fremme indre motivasjon hos elevene. I tillegg vil motiverte elever ofte gjøre mer enn det som kreves, noe jeg så veldig tydelig i arbeidet med undersøkelsen. [...]

Det var flott som lærer å observere underveis hvordan elevene engasjerte seg for å få en så sikker undersøkelse som mulig. De var opptatt av å drøfte med klassen underveis om de hadde intervjuet mange nok for å få et bra utvalg, og diskuterte med læringspartneren om spørsmålene var presise nok. Alle hadde tanker om hvordan undersøkelsen kom til å gå. De ga uttrykk for at de følte at de var «ekte forskere».

Opplegget er et godt eksempel på at verktøyopplæring og matematikkforståelse fremmes best hvis de utvikles samtidig. For elevene er det en lettelse å oppdage at det er mulig å rette feil uten å begynne forfra, eller at de kan skrive inn flere tall når de oppdager at de har glemt noen verdier. I opplegg som dette har elevene ikke bare lært mye statistikk. De har også blitt flinkere i bruken av verktøyet «regneark». Dette er en kunnskap som de har bruk for senere, både i matematikk og i andre fag.

Regne med regneark

Regneark kan også brukes til beregninger. Økonomiske beregninger er eksempler på det. Å lage et regneark som viser hvor mye en arbeidstaker får utbetalt per uke, er en vanlig oppgave i skolen. Med tanke på regning i alle fag kan omregningstabeller på kjøkkenet være et annet eksempel. Det kan bli meget unøyaktig når man skal lage stor porsjoner og mengden er oppgitt i spiseskjeer. Det blir mer presist dersom man veier mengden i gram. Figur 2 viser en slik omregning. Et slikt regneark krever ikke mange formler. Likevel ligger det en god del resonnering bak før elevene kan teste sin løsning. I eksemplet er verdiene i den blå kolonnen tatt ut av en kokebok. I den grønne kolonnen skriver man mengden som står i oppskriften. Det er den siste kolonnen som viser om elevene har forstått styrken i regnearket. Hvis de bruker et regnestykke med tall istedenfor formler, blir ikke regnearket dynamisk, og vekten vil forbli uendret selv om antall ss endres.

	A	B	C	D	
1					
2	fra spiseskje til gram				
3					
4					
	varenavn	vekt per spiseskje (ss)	antall ss i oppskriften	oppmålt vekt i gram	oppmålt vekt i gram
5					=B6*C6
6	bakepulver	15	7	105	=B7*C7
7	farin,sukker	15		0	=B8*C8
8	hvetemel	9		0	=B9*C9
9	kakao	6		0	=B10*C10
10	krydder, tørket og malt	6		0	=B11*C11
11	olje	15		0	=B12*C12
12	ris	15		0	=B13*C13
13	salt	21		0	=B14*C14
14	smør	15		0	=B15*C15
15	tomatpuré	20		0	

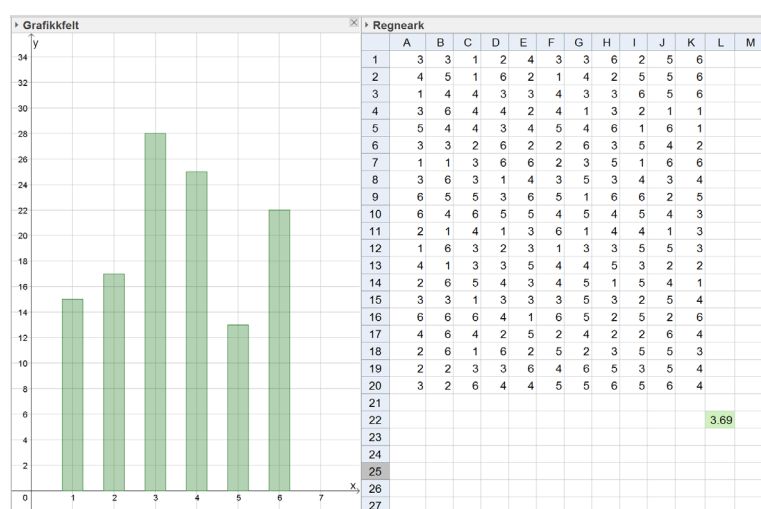
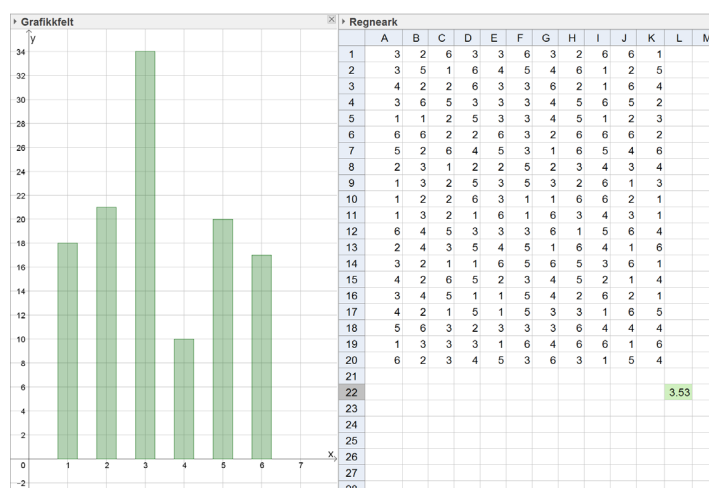
FIGUR 2

Når elevene har forstått at de må bruke formler istedenfor tall, kan oppgaven utvides. Med en ny regnearktabell kan ikke bare mengden av råvarer beregnes, men også prisen for maten. Når man klarer å binde sammen to tabeller har man utnyttet noen av mulighetene som ligger i regneark.

Lage mange eksempler på kort tid

Spesielt i sannsynlighetsregning er det avgjørende at elevene har tilgang til store tallmengder. Med regneark er det mulig å systematisere disse tallmengdene på en ryddig og effektiv måte. Figur 3 viser et kast på 220 terninger. I stolpediagrammet er kastene sortert etter antall, og regnearket viser fordelingen og gjennomsnittet av alle kastene. Trykker man på F9, endrer tabellen og dermed fordelingen og gjennomsnittet seg. F9 vil si at man kaster 220 nye terninger, noe som vil ta lang tid å gjøre med vanlige terninger.

	A
2	
3	TilfeldigMellom(<Minste heltall>, <Største heltall>)
4	



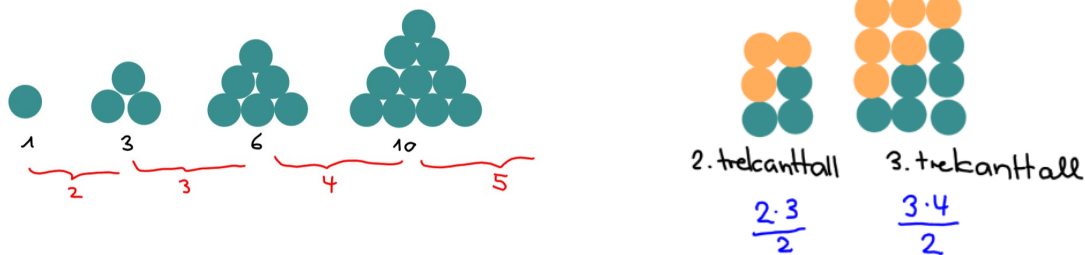
FIGUR 3

Denne dynamikken i regneark vil kunne øke forståelsen for at resultatet av et terningkast er tilfeldig. Alle tallverdier fra 1 – 6 kan ha størst frekvens. I figur 3 ser man at det er færrest firere i det øverste eksempelet, mens det er færrest femmere i det nederste. I begge eksemplene er det tilfeldigvis flest treere. Gjennomsnittet i disse to eksemplene er forskjellig. Med regneark kan man enkelt utvide forsøket med flere kast, og da vil gjennomsnittet nærmer seg 3,5. Dette er en fin måte å illustrere de store talls lov.

Elevene kan bli utfordret til å undersøke hva som skjer hvis de bruker to terninger og skal summere verdiene. Hva med tre terninger? Regnearket utfordrer til utforskning, resonnering og argumentasjon. Representasjonen, her som dynamisk regneark, sammen med et stolpediagram vil kunne føre til generalisering. Alt dette er kjerneelementer i matematikk, så regneark kan med andre ord være et godt hjelpemiddel til arbeid med kjerneelementene.

Finne mønster

Et viktig mål i matematikken er å finne mønster. Helt fra småtrinnet til slutten av videregående skole er det et mål at elevene kan abstrahere og generalisere. Mange elever kan se et mønster og klarer fint å finne en rekursiv formel, for eksempel at verdiene alltid øker med 4. Det er imidlertid mye vanskeligere å finne den eksplisitte formelen. Da kan bruken av regneark være til god hjelp. Det er viktig at det digitale hjelpemiddelet ikke erstatter prøving og feiling med konkrete, men kommer som et supplement. Regneark kan være til hjelp for å finne en formel eller for å se om formelen som man har funnet, stemmer.



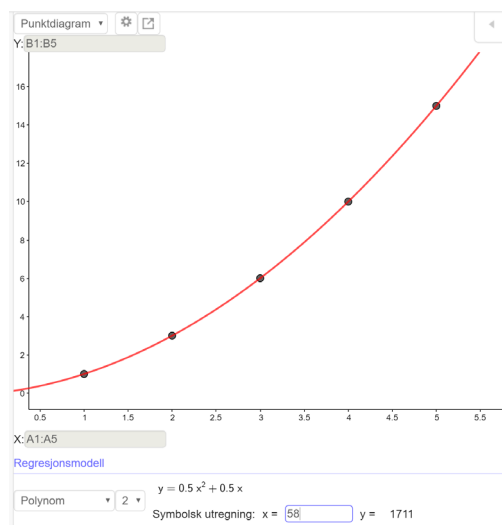
FIGUR 4

For eksempel vil elevene kunne lage trekanttallene og finne et flott og riktig mønster, nemlig «at det øker alltid med én mer» (Figur 4), men dette mønstret hjelper ikke elevene til å finne trekantall nummer 100. Det er et fåtall av elevene som vil kunne telle så lenge og samtidig holde styr på antallet.

Noen elever vil kunne finne formelen ved å endre oppsettet som vist i figur 4 og komme fram til

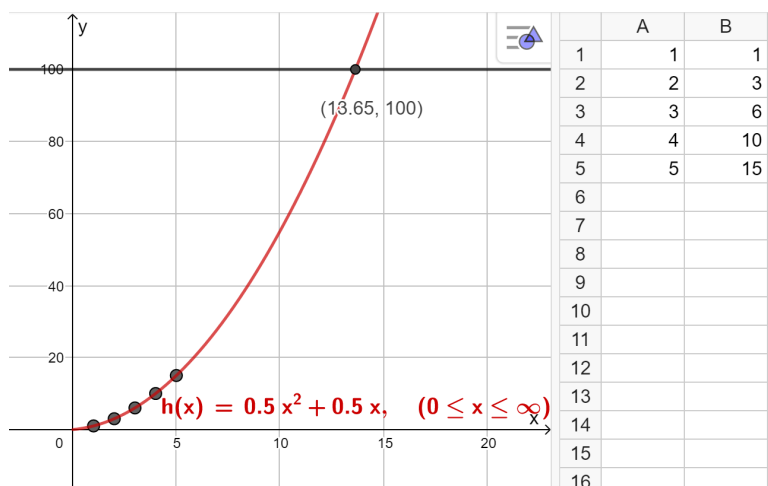
$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

For andre er det ikke innlysende. De trenger mer hjelp. Elevene skriver da verdiene inn i regnearket i GeoGebra og velger regresjonsanalyse, og med litt prøving og feiling finner de at en andregradsfunksjon passer til alle punktene. I regresjonsvinduet vil de kunne beregne at de trenger 1711 enheter for å lage trekantall 58 (figur 5).



FIGUR 5

Flytter elevene grafen over til grafikkfeltet, kan de jobbe videre med uttrykket som en hvilken som helst funksjon. Spørsmålet om hvilket trekantall man vil kunne lage med 100 brikker, vil de løse ved å skrive inn $y=100$ og finne skjæringspunktet.



FIGUR6

I neste omgang må elevene resonnerer og argumentere for at uttrykkene $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$ og $h(x) = 0.5x^2 + 0.5x$ er like. Da har de bruk for algebra. Når man har avklart at $g(x)$ er det samme som T_n og x det samme som n , kan man starte med omformingen. For eksempel på denne måten:

$$T_n = 0,5n^2 + 0,5n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n = \frac{1}{2}(n^2 + n) = \frac{n(n+1)}{2}$$

Her er regneark en representasjonsform på samme måte som brikker, tegninger og formler. Å finne sammenhenger mellom representasjonsformer er viktig i arbeidet mot dybdelæring.

Regneark og programmering

Så snart man skriver en formel i en celle i regnearket, har man programmert cellen. Formler er koder som gjør at cellen gjør de ønskede beregningene. Algoritmisk tankegang er dermed en integrert del av effektivt arbeid med dynamiske regneark. Datamaskinen utfører instruksjoner vi ønsker, i den

rekkefølgen vi ønsker. Den hjelper med utregninger, sortering, systematisering og visualisering.

Eksemplet «Elevbedriften Elgtråkk lager restaurant» viser hvordan et enkelt regneark kan bli utvidet til å vise verdier med gitte betingelser.

Ved å legge inn prisen for de enkelte varene og antall solgte varer, kan regnearket finne beløpet som kunden må betale. I kolonnen «Å betale» har elevene først multiplisert prisen med antall for så å finne summen av hele bestillingen. De har programmert regnearket (figur 8). Hvis en kunde endrer bestillingen sin fra meny 1 til meny 2, kan man endre tallene i kolonnen «Antall». Man behøver ikke å skrive alt på nytt.

Meny	
Suppe	100 kr
Meny 1	150 kr
Meny 2	200 kr
Meny 3	230 kr
Dessert	75 kr
Brus	35 kr
Kaffe/te	30 kr

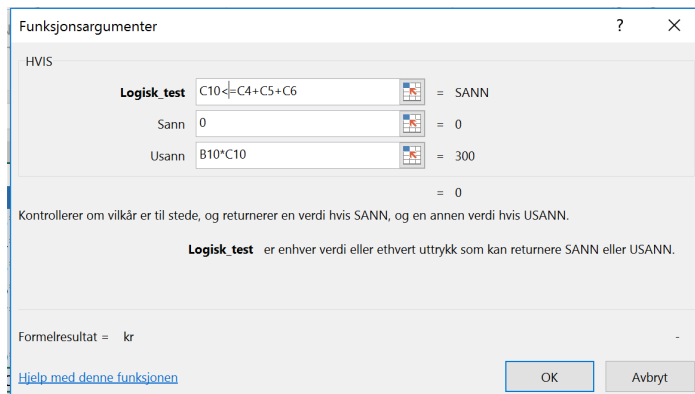
FIGUR 3

	A	B	C	D	
1					
2	Varen	Pris	Antall	Å betale	Å betale
3	Suppe	kr 100,00	3	kr 300,00	=B3*C3
4	Meny 1	kr 150,00	10	kr 1 500,00	=B4*C4
5	Meny 2	kr 200,00	4	kr 800,00	=B5*C5
6	Meny 3	kr 230,00	3	kr 690,00	=B6*C6
7	Dessert	kr 75,00	2	kr 150,00	=B7*C7
8				kr -	
9	Brus	kr 35,00	7	kr 245,00	=B9*C9
10	Kaffe/te	kr 30,00	10	kr 300,00	=B10*C10
11					
12	Sum			kr 3 985,00	=SUMMER(D3:D11)

FIGUR 8

Elevene bestemmer seg for at kaffe/te skal være inkludert hvis gjestene kjøper menyen. Regnearket har en innebygd *Hvis*-funksjon. Den tester en påstand som kan være enten sann eller usann og utfører en av to handlinger.

I dette eksemplet betyr det at hvis gjestene bestiller en meny, er kaffe/te gratis, ellers koster hver kopp 30 kroner. Hjelparket til *Hvis*-funksjonen gjør det lett å programmere. I eksemplet blir *Hvis*-funksjonen lagt inn i celle D10, der det står hvor mye kundene må betale for kaffe/te.



FIGUR 9

I formelvisningen vil regnearket nå se slik ut (figur 10). I cellen D10 står det: Hvis antall kaffekopper (C10) er mindre eller lik summen av antall meny 1 (C4), meny 2 (C5) og meny 3 (C6), er prisen for kaffe 0 kroner. Ellers er prisen produktet av antall kaffekopper (C10) og prisen per kopp (B10). Å beherske *Hvis*- og *Ellers*- *hvis*-funksjonen er grunnleggende når man skal lære seg å programmere.

	A	B	C	D
1				
2	Varen	Pris	Antall	Å betale
3	Suppe	100	3	=B3*C3
4	Meny 1	150	10	=B4*C4
5	Meny 2	200	4	=B5*C5
6	Meny 3	230	3	=B6*C6
7	Dessert	75	2	=B7*C7
8				
9	Brus	35	7	=B9*C9
10	Kaffe/te	30	10	=HVIS(C10<=C4+C5+C6;0;(C10-(C4+C5+C6))*B10)
11				
12	Sum			=SUMMER(D3:D11)

FIGUR 10

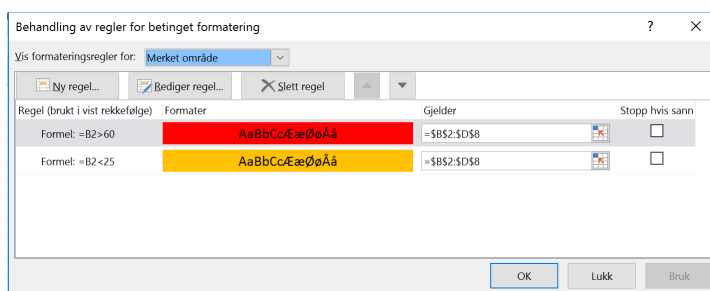
	A	B
1		
2	Varen	
3	Suppe	kr 300,00
5	Meny 2	kr 800,00
6	Meny 3	kr 690,00
7	Dessert	kr 150,00
9	Brus	kr 105,00
10	Kaffe/te	kr 300,00
12	Sum	kr 2 345,00

FIGUR 4

Elevene vil at regningen til gjestene bare inneholder prisen for bestilte varer, ikke hele menyen. For å få til dette må elevene filtrere bort varene som gjestene ikke har bestilt. I figur 11 er det brukt et filter som tar bort verdiene som er lik 0. At elevene da må velge «Vis rader der tallet er ulik 0», er ikke innlysende for alle. Hvis man sletter filteret, kommer radene tilbake.

Etter en helg der elevene har servert mange personer, er de interessert i å vite om menyen fungerer, eller om de må endre noe.

Diagrammer er et godt visuelt hjelpemiddel. Det er også formatering av bestemte verdier. Ved å bruke verktøyet *betinget formatering* (figur 12) kan man fremheve verdier på en mer visuell måte. Er det er alltid den samme menyen som det ble solgt minst av? Elevene vil fargelegge med rødt alle verdier som ligger over 60 solgte varer, og de vil markere alle verdier under 20 med oransje. Ved å legge inn disse betingelsene har de «programmert» arket med en dynamisk egenskap basert på en *hvis, ellers hvis, ellers*-funksjon. *Hvis* verdien er over 60, fargelegg cellen rødt. *Ellers hvis* verdien er under 20, fargelegg cellen oransje. *Ellers* skal vi ikke fargelegge noe som helst.



FIGUR 5

For å se om regnearket er dynamisk, kan man teste med å endre tallene:

	A	B	C	D
1		fredag	lørdag	søndag
2	suppe	15	10	50
3	meny 1	32	45	38
4	meny 2	45	56	67
5	meny 3	21	19	32
6	dessert	62	65	56
7	brus	34	29	44
8	kaffe	144	162	154

FIGUR 6

Oppsummering

Artikkelen viser ulike måter man kan bruke regneark på. Prosessen fra et tomt regneark til et dynamisk regneark er arbeid mot dybdelæring. Elevene må tenke algoritmisk for å se sammenhengene mellom cellene. Det ferdige regnearket gir et godt utgangspunkt for utforsking, siden elevene kan legge til nye data og rette opp feil uten at det krever mye tid. Dermed kan de dynamiske egenskapene i regneark bidra til arbeid mot dybdelæring.

Kilder

Risøy, Inger-Lise (2019). Elevaktivitet for å motivere og engasjere, *Tangenten*, 1/2019, 16-19.