

Notat fra utprøving av oppgavene

Mål

Bruke multiplikasjon som strategi for å løse en divisjonsoppgave.

Oppgaver

Smoothie til turen

En skole har 78 elever på 4. trinn.
En dag trinnet skal på tur vil læreren ta med
en liten boks med drikke til hver elev.
Det er seks bokser i en pakke.

Hvor mange pakker må hun ta med?



Eggprodusenten

En bonde har litt over 1200 høner.
En dag kan hun hente 1170 egg.

Hun skal legge eggene i pakker
med plass til 18 egg.

Hvor mange pakker med egg blir det?



Matematiske sammenhenger

Begge oppgavene kan løses ved målingsdivisjon. Oppgaven med antall 6-pakninger smoothie gir divisjonen $78 : 6$. Oppgaven med eggene gir divisjonen $1170 : 18$. Oppgavene er et godt utgangspunkt for å lede elevenes oppmerksomhet mot måter å utføre divisjonsoppgaver på ved hjelp av multiplikasjon, og å forstå at multiplikasjon og divisjon er motsatte regnearter.

$$\text{Dividend} : \text{Divisor} = \text{Kvotient og Faktor} \cdot \text{Faktor} = \text{Produkt}$$

Divisjon går ut på å finne det tallet vi må multiplisere divisor med slik at produktet blir lik dividenden. Divisjonen $56 : 8$ kan løses ved å tenke at vi må finne det tallet som multiplisert med 8 gir 56. Siden $8 \cdot 7 = 56$, er kvotienten til $56 : 8$ lik 7. Hvis vi ikke kan få dividenden ved å multiplisere divisor med et heltall, får vi en rest. $59 : 8$ gir da 7 og rest 3. Det kan vi skrive som $7 \frac{3}{8}$.

Når divisjonen er så komplisert at man ikke umiddelbart ser hva kvotienten blir, kan man utføre flere multiplikasjoner slik at summen av produktene blir lik dividenden. Prosessen kan dokumenteres på mange forskjellige måter. Den mest utbredte oppstillingen her i

landet er eksempel **F** i oversikten, ofte referert til som standardalgoritmen for divisjon. USA og flere andre land bruker oppsettet som vises i eksempel **E**.

A	B																																																																											
$192 : 8$ $8 + 8 = 16$ 2 ganger $16 + 16 = 32$ 4 ganger $32 + 32 = 64$ 8 ganger $64 + 64 = 128$ 16 ganger $128 + 64 = 192$ 16 ganger + 8 ganger Svar: $16 + 8 = \underline{24}$	$\underline{192} : \underline{8}$ 80 $8 \cdot 10$ $+ 80$ $8 \cdot 10$ 160 $+ 32$ $8 \cdot 4$ 192 Svar: $10 + 10 + 4 = \underline{24}$																																																																											
C	D																																																																											
$192 : 8$ $5 \cdot 8 = 40$ $10 \cdot 8 = 80$ $40 + 80 = 120$ $8 \cdot 8 = 64$ $120 + 64 = 184$ $1 \cdot 8 = 8$ $184 + 8 = 192$ Svaret blir $5 + 10 + 8 + 1 = \underline{24}$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>1</td><td>9</td><td>2</td><td>:</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>-</td><td>1</td><td>6</td><td>0</td><td></td><td></td><td>2</td><td>0</td><td>· 8</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>-</td><td></td><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>· 8</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td></td><td></td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr> </table>		1	9	2	:	8				-	1	6	0			2	0	· 8			3	2						-		3	2				4	· 8				0			2	4																															
	1	9	2	:	8																																																																							
-	1	6	0			2	0	· 8																																																																				
		3	2																																																																									
-		3	2				4	· 8																																																																				
			0			2	4																																																																					
E	F																																																																											
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td>1</td><td>9</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td></td></tr> </table>			2	4		8	1	9	2			1	6					3	2				3	2					0		<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>9</td><td>2</td><td>:</td><td>8</td><td>=</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>										1	9	2	:	8	=	2	4		1	6									3	2								3	2						
		2	4																																																																									
8	1	9	2																																																																									
	1	6																																																																										
		3	2																																																																									
		3	2																																																																									
			0																																																																									
1	9	2	:	8	=	2	4																																																																					
1	6																																																																											
	3	2																																																																										
	3	2																																																																										

Figur 1: Ulike strategier for å løse divisjonen $192 : 8$

Erfaringer fra utprøving

Erfaring fra mange klasser viser at elevene forbinder divisjon med «å dele likt». Hvis konteksten leder til en målingsdivisjon, ser vi at mange elever bruker andre strategier for å finne kvotienten.

Oppgaven med smoothie-pakninger ble prøvd ut på 4. trinn og oppgaven med egg-pakkene ble prøvd ut på 6. trinn. Elevene i disse to klassene hadde ikke arbeidet med divisjonsalgoritmer tidligere. Alle elevene satte uansett i gang med å prøve å finne en løsning. I begge klassene brukte elevene ulike strategier for å finne antall pakninger. Strategiene varierte fra rekketelling med 6 (i smoothie-oppgaven) og 18 (i oppgaven med egg), til multiplikasjoner med egnede tall.


På 4. trinn valgte de fleste elevene å støtte seg til tegning av pakker. Noen tegnet seks sirkler, andre skrev bare et 6-tall i pakken de tegnet. Noen elever på 6. trinn startet med å tegne pakninger med 18 egg, men fant fort ut at det var for mye arbeid. De gikk i stedet

over til å skrive regnestykker. Teksten de skrev viser at konteksten var en støtte i arbeidet med å finne en løsning.

Elevarbeidene under viser et lite utvalg av strategier elevene brukte.

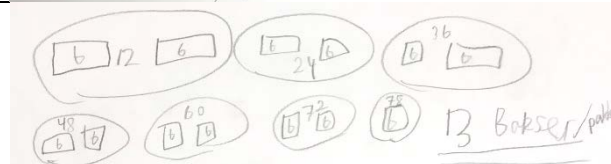
Smoothiepakninger

Elevarbeid 1



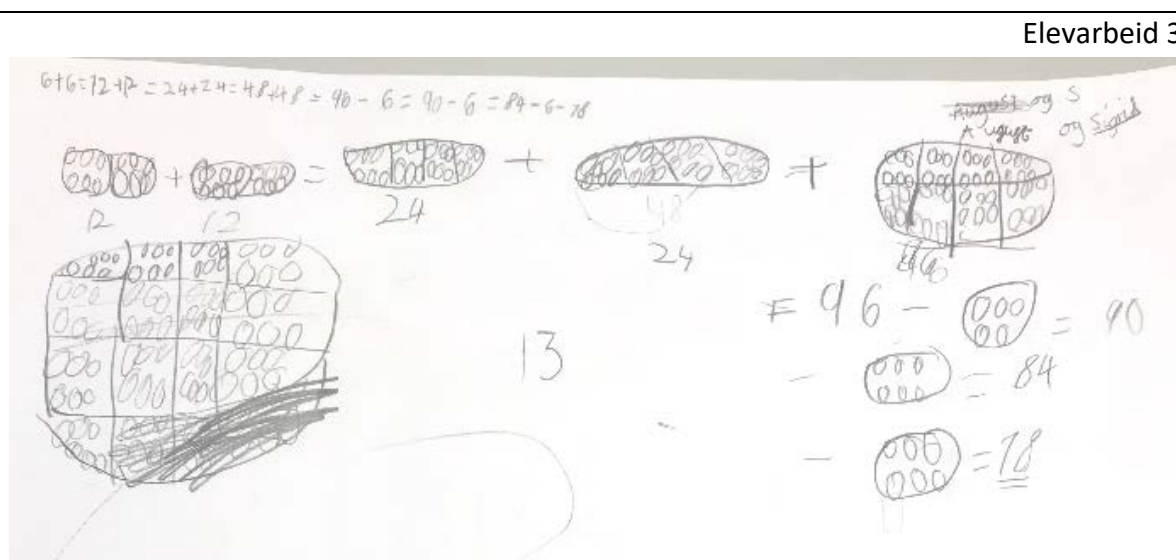
Rekketelling med 6.

Elevarbeid 2



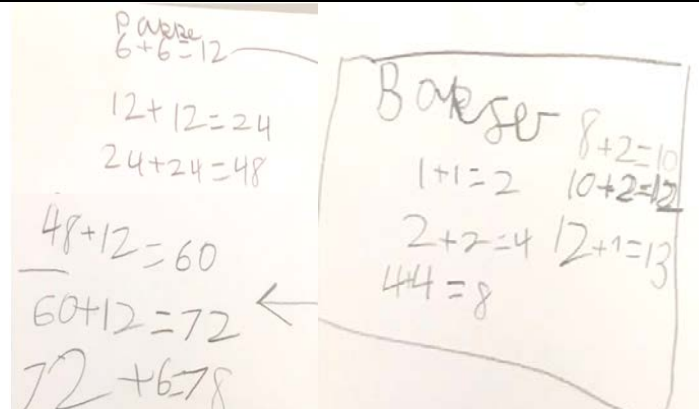
Rekketelling med 12

Elevarbeid 3



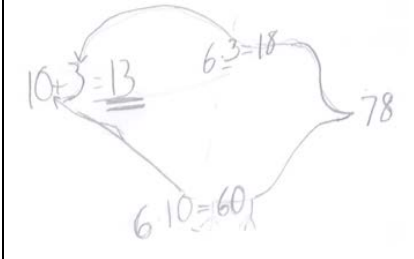
Dobling til 96 så trekke fra 6 om gangen til det er 78 igjen.

Elevarbeid 4



Først dobling til 48, deretter 12 og 12 og 6.

Elevarbeid 5



Direkte på 10 x 6 og 3 x 6

Figur 2 Elevarbeid 4. trinn

Når elevene bruke mange ulike strategier, blir utfordringen for læreren å velge ut elevarbeid som egner seg til en samtale om multiplikasjonsstrategier og sammenhengen med divisjon. Læreren kan utfordre elevene i å sammenlikne strategier, å finne det som er likt og det som er forskjellig ved forskjellige strategier.

	7	8	:	6			
-	6	0			1	0	· 6
	1	8					
-	1	8				3	· 6
		0			1	3	

Figur 3

Målet med diskusjonen er å lære at multiplikasjon kan brukes som strategi for å løse en divisjonsoppgave, og så sammenligne ulike måter å gjøre det på.

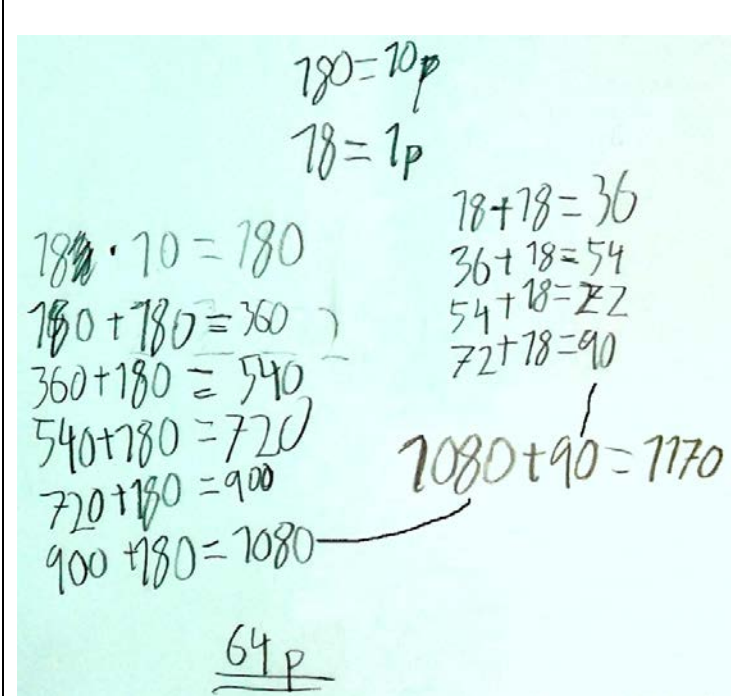
Elevene kan bli utfordret på å sammenlikne elevarbeid 1 med elevarbeid 2 og 3 med 4.

Elevarbeid 5 bygge på samme ide som eksempel **D**, **E** og **F** i Figur 1.

Læreren kan presentere denne divisjonen slik oppsettet i Figur 3 viser og be elevene sammenlikne.

Eggprodusenten

Elevarbeid 6



Starter med å legge til 180 om gangen, deretter 18 til summen er 1170.

Elevarbeid 7

$$18 \times 10 = 180 \times 2 = 260 \times 5 = 20 \times 2 = 1040$$

$$18 \times 10 = 180 \times 2 = 360 \times 2 = 720 \times 2 = 1040$$

10 Kartonger = 180 egg
 20 Kartonger = 360 egg
 40 Kartonger = 720 egg
 60 Kartonger = 1080 egg
 $180 \div 2 = 90 = 5 \text{ Pakker}$
 65 Kartonger = 1170 egg

Etter to mislykkede forsøk endrer elevene strategi: Starter med 10 pakker, dobler to ganger og kombinerer 20 og 40 for å få antall egg i 60 pakker. Legger til 5 pakker.

Elevarbeid 8

$18 \cdot 100 = 1800$	100 esker	$1260 - 18 = 1242$	69 esker
$1800 - 180 = 1620$	90 esker	$1242 - 18 = 1224$	68 esker
$1620 - 180 = 1440$	80 esker	$1224 - 18 = 1206$	67 esker
$1440 - 180 = 1260$	70 esker	$1206 - 18 = 1188$	66 esker
		$1188 - 18 = 1170$	<u>65 esker</u>

Starter med 100 pakker, trekker fra 10 og 10, deretter 1 og 1 pakke.

Elevarbeid 9

Vi ganger $10 \cdot 18$ som er 180.
 Så ganger vi 180 med 5 som er 900.
 Så da har vi ganger 18 med 50.
 Og når vi hadde kommet til 900 så hadde vi 270 igjen.
 Og da tok vi $270 - 180$ som er det samme som 10 pakker. Å da hadde vi 90 igjen som er det samme som 5 pakker.
 Å da bare legger vi sammen alle svarene.

Egg / Pakker

Addere store multipler av 18 til summen er nær 1170.

Deretter sjekke hvor mye som mangler og finne et antall pakker som passer til resten.

Figur 4 Elevarbeid fra 6. trinn

Elevene kan utfordres på å sammenlikne elevarbeidene 6 og 7 der elevene har telt oppover, men på litt forskjellig måte. Elevarbeid 8 og 9 finner store tall å multiplisere 18 med, for deretter å finne hvor mye som må trekkes fra eller legges til for å komme til 1170. Elevene kan for eksempel sammenlikne elevarbeid 9 med oppsettet i figur 5.

		1	1	7	0	:	1	8												
-		9	0	0					5	0	·	1	8							
		2	7	0																
-		1	8	0					1	0	·	1	8							
			9	0																
			9	0						5	·	1	8							
				0					6	5										

Figur 5

Utprøving i egne klasser

Organiser elevene i par. Presenter oppgaven muntlig for elevene. Tilby dem plastbrikker eller korker som de kan bruke om de synes det er nyttig. La elevene få oppgaven skriftlig når de starter arbeidet. Be dem lage en plakate som viser hvordan de har arbeidet for å løse oppgaven.

Læreren leder arbeidet med oppgaven etter oppsettet i undervisningsnotatet. Notatet bygger på de fem praksisene: forvente, observere, velge, bestemme rekkefølge og se sammenhenger. Hvis elevene bruker mange ulike strategier underveis, kan det være krevende å gjennomføre opplegget sammenhengende i løpet av en time.

Har man lite erfaring med denne måten å arbeide på, vil man kanskje trenge noe tid på å tenke gjennom og sammenlikne de ulike løsningsmetodene i ro og fred før man leder en klassesdiskusjon der elevene ser på sammenhenger og forskjeller mellom ulike løsninger. Elevene kan da få 20-30 minutter på slutten av en time til arbeid med problemet. Mens elevene arbeider går læreren rundt og observerer gruppene, stiller spørsmål for å få fram elevenes tanker, inspirerer og oppmuntrer ved å stille spørsmål som kan bringe dem videre i arbeidet, utfordrer og hjelper dem til å uttrykke løsningen skriftlig. Etter timen kan læreren da studere de ulike løsningene og velge hvilke man vil bruke som utgangspunkt for en samtale der elevene sammenlikner strategier og knytter dette til måter å løse divisjonsoppgaver på.