



Normer og kommunikasjon i matematikklasserommet

NOVEMBER 2015



Eva Norén, Stockholms universitet og Pia Thornberg, Högskolan Kristianstad

OVERSATT OG BEARBEIDET AV INGUNN VALBEKMO, MATEMATIKKSENTERET NTNU
ORIGINALTITTEL: NORMER OCH KOMMUNIKATION I MATEMATIKKLASSRUMMET

Innholdsfortegnelse

NORMER OG SOSIOMATEMATISKE NORMER.....	3
DIDAKTISK KONTRAKT.....	5
FLERKULTURELL ELLER MONOKULTURELL KOMMUNIKASJON	6
REFERANSELISTE	7

Normer og sosiomatematiske normer

Elevs møte med kommunikasjon i matematikk kan påvirke deres holdninger og oppfatninger om matematikk, og som en forlengelse av det, også deres læring i faget. De normer og vurderinger som råder, ofte uuttalte, kan påvirke kommunikasjonen i klasserommet. For eksempel kan elever som blir oppmuntret av læreren til å delta i samtaler komme med flere initiativ til å delta i diskusjoner og felles samtaler. Elever som derimot må kjempe for å forstå de reglene som gjelder for kommunikasjon kan risikere å føle seg usikre, noe som kan medføre at matematikkinnholdet risikere å komme i andre rekke.

Yackel og Cobb (1996) har belyst at både sosiale og de såkalte sosiomatematiske normer påvirker arbeidet i et klasserom. Sosiale normer handler blant annet om hvordan lærere kan initiere gruppearbeid eller individuelt arbeid, hvilke allmenne regler for hvordan ordet fordeles i undervisningssituasjoner eller hvordan det er legitimt å argumentere for sin mening i en klasse. De sosiale normene gjelder i alle fag og er ikke spesielt knyttet til matematikk. Sosiomatematiske normer handler derimot om normative aspekter som er spesifikke for elevenes og lærernes matematiske aktiviteter. Disse normene kan handle om hva som regnes som og vurderes som en løsning på et matematisk problem, hva som sees som en effektiv løsning eller hva som regnes som en forklaring eller et bevis. Hva som er en legitim forklaring på en løsning på et matematisk problem er et annet eksempel på en sosiomatematisk norm. Sosiomatematiske normer har fokus på å vurdere matematiske ulikheter og forskjeller. Vi ser på følgende eksempel:

Andregradslikningen $x^2 - 4x - 5 = 0$ presenteres for elever som en muntlig oppgave. Elevene får fortelle hvordan de løser oppgaven. En elev sier: Jeg tenkte at likningen kan skrives: $x^2 - 4x = 5$. Da er det nesten første kvadratsetning på venstre side. Det mangler bare 4. Så hvis jeg legger til 4 på hver side, som er lov, får jeg $(x - 2)^2 = 9$. Da kan jeg ta kvadratrot på hver side, sånn at det blir $x - 2 = 3$. Da får jeg $x = 3 + 2 = 5$.

En annen elev sier at den første eleven ikke har funnet alle løsningene til likningen. Hun viser hvordan hun resonnerer ut fra strategien med å bruke fullstendig kvadrat. Hun utvider uttrykket slik: $x^2 - 4x + 4 - 4 - 5 = 0$ før hun faktorerer: $(x - 2)^2 - 9 = 0$. Da vet hun at $(x - 2)^2$ må være lik + 9 for at hele uttrykket skal bli lik 0. Da ser hun at $x - 2$ enten må være + 3 eller - 3 og for at det skal skje må x være lik - 1 eller + 5.

Læreren anerkjenner begge løsningene og sier at de har gjort mye av det samme i arbeidet sitt. Videre spør læreren om det er elever som har løst oppgaven på en annen måte.

En elev forklarer at han har faktorisert uttrykket og kommet fram til $(x + 1)(x - 5)$.

En annen elev spør: Hvordan så du det?

Jo, fordi når jeg prøver å gange ut parentesene, må produktet av tallene bli -5 . Da kan det være 5 og -1 eller 1 og -5 , og så fant jeg ut at det passer med -5 og 1 for å få $-4x$. Videre vet jeg at om uttrykket skal bli 0 må en av faktorene være 0 . For at uttrykkene skal være 0 må x enten være -1 eller 5 .

Ved å delta i en slik kommunikasjon lærer elevene indirekte at ulike løsningsstrategier, som for eksempel faktorisering og bruk av fullstendig kvadrat har en verdi gjennom at læreren verdsetter og legitimerer dem. Yackel og Cobb sier at lærere og elever «forhandler» om løsnings og oppgavers mening. I trykte læremidler kan det være slik at bare én framgangsmåte eller løsningsstrategi vies oppmerksomhet. Dersom elevene ikke oppmuntres til kommunikasjon om ulike måter å løse en oppgave på, kan den sosiomatematiske normen bli at det er bokas løsningsstrategi som gjelder.

Andre sosiomatematiske normer kan føre til at elever lærer seg å oppdage og vurdere kameraters løsninger på matematiske problem. Da kan kanskje læreren høre utsagn som «men det der, det er jo samme på måte som jeg brukte». Sosiomatematiske normer kommer til syne gjennom elevenes adferd i klasserommet. Matematikken er sentral i hver sosiomatematiske norm. Disse normene fører til ulike klasseromsklima, som enten kan støtte eller begrense kommunikasjonen i matematikklasserommet. I forlengelsen påvirker sosiomatematiske normer elevenes matematiske tenkning, problemløsning og kritiske tenkning.

Selv blant kolleger på en skole eller i et team vil det etableres uuttalte sosiale og sosiomatematiske normer. Slike normer kan, i likhet med normer som etableres i klasserommet, handle om synet på hva som er god matematikkundervisning, hva som er en effektiv løsning på en matematikkoppgave eller i hvilken grad det er akseptert å bruke eller ikke bruke læremidler. Slike normer kan også få betydning for det som skjer i klasserommet og den læring elevene gis mulighet til.

Cecilia Kilhamn (2011) beskriver sosiomatematiske normer som regler knyttet til matematiske klasseromsaktiviteter og matematisk kommunikasjon. Selv elevers vilje eller

uvilje til å arbeide med åpne oppgaver henger sammen med hvilke sosiomatematiske normer som råder omkring hva som ansees som en god oppgave og hva det egentlig vil si å løse oppgaver i matematikk. Elevene (og lærerne) i Kilhamns studie forventet seg oppgaver som kun hadde **ett** rett svar. En slik norm forutsetter at man ikke arbeider med åpne oppgaver, etter som åpne oppgaver kan ha flere mulige løsninger og iblant også kan tolkes på flere ulike måter. Normene er etablert i fellesskap gjennom det sosiale samspillet i klasserommet. De er dynamiske og spesifikke for en viss gruppe elever og lærere. Oftest er de uttalte eller usynlige, i hvert fall helt til de endres eller brytes. Normene vil som oftest merkes om man studerer undervisningen i et klasserom over en lengre periode. I et klasserom som Kilhamn studerte, fant hun fire dominerende sosiomatematiske normer:

- De matematiske aktivitetene omhandlet i hovedsak prosedyrekunnskap, det vil si at elevenes viste at de var mest interesserte i å få vite hvordan de skulle løse oppgavene.
- Elevene forventet at de oppgavene de løste skulle ha ett rett svar.
- Læreren var klassens myndighet som bestemte hva som var riktig og feil. Elevene kunne derimot sette spørsmålstegn ved både læreboka og klassekameratene.
- Når en elev ikke forsto et emne eller område, skulle eleven arbeide med flere oppgaver av samme type.

Didaktisk kontrakt

I denne pakken er åpne oppgaver et gjennomgående tema. Når lærerne introduserer åpne oppgaver i elevgrupper som ikke er vant til å løse oppgaver med mer enn et rett svar, kan de møte motstand. Elever kan for eksempel være uvillige til å komme med flere løsningsforslag, de kan velge løsninger som er veldig enkle eller åpenbare, eller så kan de reagere på at de ikke får arbeide med læremidlene slik som de bruker å gjøre. En måte å forklare eventuell motstand som kan oppstå når man forandrer etablerte normer er å relatere det til begrepet *didaktisk kontrakt* (Brousseau, 1984). En didaktisk kontrakt handler om læreres og elevers gjensidige forventninger til interaksjonen i matematikklasserommet, som bygges gjennom undervisningen. Disse forventningene er, i likhet med de sosiomatematiske normene, oftest implisitte og uttalte, noe som gjør at de blir synlige først når noen bryter dem. Dette blir tydelig hvis for eksempel læreren gir en, for elevene, ny type oppgaver eller forandrer arbeidsmåten i klasserommet. Ett eksempel på en brutt kontrakt kan være at læreren begynner å stille mer åpne spørsmål til elever som forventer seg lukkede spørsmål med ett svar. Den didaktiske kontrakten er ingen formell kontrakt, men den spiller en viktig rolle for lærerens muligheter for å endre sin undervisning. Elevers motstand kan da forklares i termer som en brutt didaktisk kontrakt. En didaktisk kontrakt kan reforhandles, noe som innebærer at tidligere normer kan komme til å endres. Å forandre normer krever bevissthet og tid.

Tidsaspektet kan være en forklaring på hvorfor forandringer ikke alltid skjer over natten, det trengs lengre tid for å kunne gjennomføre endringer på en hensiktsmessig og god måte.

Flerkulturell eller monokulturell kommunikasjon

I de fleste matematikklasserom finnes det elever med ulik sosial og kulturell bakgrunn. Noen elever har foreldre med høy utdanning, andre har foreldre som ikke har så lang skolegang. Noen har foreldre med matematikkintensivt arbeid, andre har ikke det. En del av elevene kan ha et annet morsmål enn norsk. Det er i alle fall helt sikkert at sammensetningen av elever gjør at forventningene og kravene til matematikkundervisningen vil variere, både sett fra lærerens synsvinkel, men også fra elevenes og foreldrenes synsvinkel. Det vil derfor være en fordel om man klarer å synliggjøre både de sosiale og de sosiomatematiske normene, i det minste for lærerne. En sosial norm i et flerspråklig matematikklasserom kan handle om i hvor stor grad kommunikasjonen er flerkulturell eller monokulturell. Om kommunikasjonen er monokulturell finnes det for eksempel ikke rom for å sammenligne ulike kulturers regnestrategier. I en flerkulturell kommunikasjon kan man blant annet sammenligne hvordan man uttrykker ordene for tallene i tallrekka på ulike språk, eller sammenligne hvordan ulike kulturers algoritmer er konstruert. Ett eksempel på en algoritme som er ganske ulik en tradisjonell norsk subtraksjonsalgoritme er følgende for $314 - 182$:

$$\begin{array}{r} 31\bar{2}1 \\ 183 \\ 422 \end{array}$$

At løsningen er 132 er ikke så vanskelig å forstå, men hvordan fungerte egentlig algoritmen? Det kan oppleves som et problem for lærere dersom nyankomne elever bruker algoritmer man selv ikke er vant til å bruke. Det er sikkert også et problem for elever om deres algoritmer eller løsningsstrategier ikke godkjennes av matematikklæreren.

For elever med et annet morsmål enn norsk kan det også være vanskelig å tolke eller diskutere matematikkoppgaver når de er formulert på svensk norsk. Lærerens forklaringer kan skille seg fra forklaringer eleven har møtt tidligere. Eleven kan ha lært seg andre ord og betegnelser for begrep på sitt førstespråk, andre algoritmer for ulike beregninger og andre metoder for å formulere og vise sine løsninger på. Som lærer kan det være vanskelig å forstå og se at elevenes løsninger er gyldige.

Hvis elever får mulighet gjennom kommunikasjon til å undersøke ulikheter i systemet fra hjemlandet og det nye landets matematikkundervisning, kan elevene utnytte den

kunnskapen de har med seg mer effektivt. For å få oversikt over slike ulikheter kan det være bra å samarbeide med en morsmåslærer som kjenner til undervisningstradisjonen i hjemlandet. De sosiale normene kan forhandles i klasserommet, slik at det blir klart at elever som har blitt tryggere i norsk bistår med erfaringer fra den matematikkundervisningen de har hatt gjennom tidligere skolegang.

Referanseliste

- Brousseau, Guy. (1984). The crucial role of the didactical contract in the analysis and construction of situations in teaching and learning mathematics. *Theory of mathematics education*, 54, 110-119.
- Kilhamn, Cecilia. (2011). *Making sense of negative numbers*. (PhD), Acta Universitatis Gothoburgensis, Göteborg.
- Yackel, Erna & Cobb, Paul. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 458-477.