



Horisontkunnskap i et realfaglig perspektiv

12.10.18



NATURFAGSENTERET
NASJONALT SENTER FOR NATURFAG I OPPLÆRINGA



MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Maria V. Bøe, Camilla N. Justnes og Susanne Stengrundet

Innholdsfortegnelse

Undervisningskunnskap i et realfaglig perspektiv	3
Bedre læring i realfagene med horisontkunnskap	6
Den matematiske horisonten ved ekvivalensbegrepet.	7
Den naturfaglige horisonten ved energibegrepet	9
Referanser:	11

Hvilken kunnskap trenger realfagslærere for å skape god undervisning i realfagene? Det er stor enighet om at læreren både må kunne sitt fag og klare å legge til rette for elevenes læring. Professor Lee S. Shulman (1986) kalte disse to aspektene fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap.

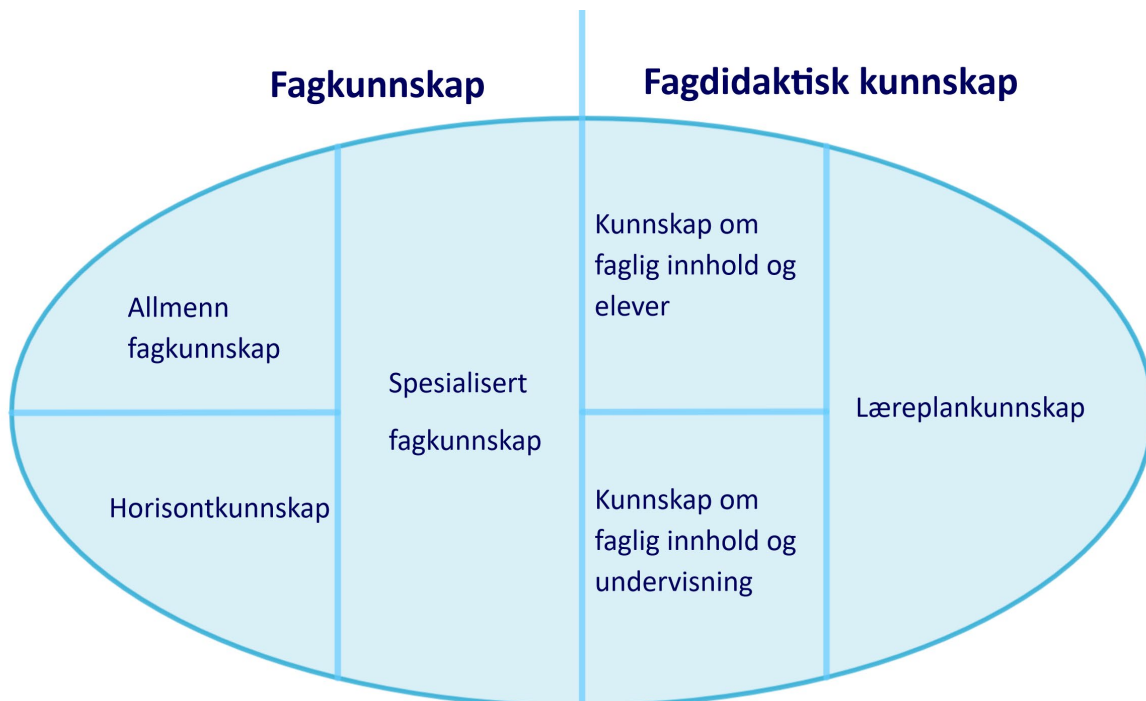
Ball, Thames og Phelps (2008) har bygd videre på Shulmans hovedkategorier for å løfte fram viktige sider ved den spesialiserte kunnskapen en matematikklærer bør ha. De presenterte en praksisbasert teori kalt «Mathematical knowledge for teaching» (MKT) bestående av 6 kategorier. I Norge blir MKT referert til som «undervisningskunnskap i matematikk». I denne teksten vil vi se på teorien med et realfaglig perspektiv fordi vi mener den også er relevant i naturfag.

Vi skal først kort forklare de seks kategoriene i teorien MKT, før vi fokuserer spesielt på den ene kategorien kalt horisontkunnskap. Lærere med horisontkunnskap er oppmerksomme på kjernen i faget samtidig som de har øyne for den realfaglige horisonten. Vi skal videre vise hvordan horisontkunnskap i realfagene er viktig for å skape god læring med eksempler fra matematikk og naturfag.

Undervisningskunnskap i et realfaglig perspektiv

Forskning på lærerkompetanse i matematikk og naturfag gir innsikt i læreres undervisningskunnskap og hvordan det påvirker elevens læring. Lærere med god undervisningskunnskap i matematikk gjør ikke bare færre matematiske feil, men utnytter også kunnskapen sin til å analysere elevens matematiske ideer på en bedre måte, bruker et matematisk presist språk og velger og planlegger oppgaver og aktiviteter ut fra et matematisk perspektiv (Hill m.fl., 2008b i Fauskanger og Mosvold, 2010). Lærere med høy undervisningskunnskap i naturfag har god faglig forståelse og innsikt i elevens typiske hverdagsforestillinger i ulike naturfaglige emner. De vet hvilke undervisningsstrategier som er hensiktsmessige for å utvikle elevens forståelse i forskjellige temaer og for forskjellige trinn. Naturfagdidaktisk forskning viser at fagdidaktisk kunnskap påvirker hvilke undervisningsstrategier lærerne velger og at fagkunnskap er viktig for å fremme god læring hos elevene (Driel, Berry & Meirink, 2014). Disse definisjonene av høy undervisningskunnskap er i samsvar med Shulmans arbeid: for at realfagslærere skal kunne tilby elever god undervisning i realfagene trenger de både fagkunnskap og didaktisk kunnskap.

Da Ball m.fl. bygde videre på Shulmans hovedkategorier delte de fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap inn i tre underkategorier, se figur 1.



FIGUR 1 UNDERVISNINGSKUNNSKAP I MATEMATIKK

Vi skal nå se på de enkelte kategoriene med et realfaglig perspektiv.

De tre kategorier innen fagkunnskap er allmenn fagkunnskap, spesialisert fagkunnskap og horisontkunnskap.

Allmenn fagkunnskap er definert som kunnskap som brukes ikke bare av lærere, men også av andre som arbeider med matematikk og naturfag. For eksempel vil det være nødvendig å bruke samme måleenheter i realfagsundervisning som det er vanlig å bruke i samfunnet ellers. Lærere med slik kunnskap kan løse et matematisk problem eller forstå en naturfaglig sammenheng. De bruker riktige begreper og notasjoner. De kan avgjøre om notasjonen læreboka bruker er riktig, om et elevsvar er riktig eller feil og om eleven bruker et begrep, en definisjon eller en fremgangsmåte riktig.

Spesialisert fagkunnskap er derimot kunnskap som er spesiell for realfagslærere. Kunnskap som en lærer trenger for å bearbeide fagstoffet til undervisning slik at det blir

tilgjengelig for elevene, går utover faktakunnskapen man kan finne i et leksikon. Læreren kan velge ut sentrale matematiske eller naturfaglige ideer og avgjøre hvordan disse bør framstilles. En lærer med spesialisert fagkunnskap ser muligheter som ligger i en oppgave og hvordan læreren kan introdusere og utvide den. Vurdering av fordeler og ulemper ved bruk av ulike representasjoner og forklaringer er også en del av den spesialiserte fagkunnskapen (Valenta og Enge, 2015). En realfagslærer med solid spesialisert fagkunnskap vil for eksempel kunne benytte ulike algoritmer effektivt eller se sammenhengen mellom fart, masse og bevegelsesenergi til en gjenstand og velge en passende representasjon for dette.

Horisontkunnskap er den siste kategorien under fagkunnskap. Lærere med horisontkunnskap vet hvordan større ideer strukturer og prinsipper innad i faget er relatert til hverandre. Det innebærer at lærere vet hvordan ideene i et emne bygger på hverandre og utvikler seg videre og henger sammen med andre emner i faget. Horisontkunnskap har også en annen dimensjon. Lærere kan bruke den til å se utover eget fagområde. For eksempel kan realfagslæreren bruke matematiske funksjoner til å vise sammenhenger i naturfag og kan omforme naturfaglige observasjoner i naturen til matematiske modeller. Begrepet horisontkunnskap blir utdypet senere i artikkelen.

De neste tre kategoriene handler om fagdidaktisk kunnskap; kunnskap om faglig innhold og undervisning, kunnskap om faglig innhold og elever, og læreplankunnskap.

Kunnskap om faglig innhold og undervisning kombinerer faglig innhold med kunnskap om valg av hensiktsmessige undervisningsstrategier. Det er kunnskap som lærere bruker til å planlegge undervisning, men også for å ta raske avgjørelser underveis i undervisningsforløpet. Denne kunnskapen kommer for eksempel til syne i valget av eksempler og aktiviteter som legger til rette for utvikling av en dypere forståelse for det konkrete realfaglige innholdet. Det innebærer å vite hvilke spørsmål som kan være produktive og fremme forståelse i arbeidet med et problem eller realfaglig begrep.

Kunnskap om faglig innhold og elever kombinerer elevkunnskap med kunnskap i realfagene. Det kommer for eksempel til uttrykk når en lærer tilpasser et emne til trinnet. En lærer på barnetrinnet vil bruke andre ord og uttrykk for å forklare oppbyggingen til fordøyelsessystemet enn en lærer på videregående skole. Lærere med slik kunnskap kan undervise avansert fagstoff på en forenklet måte, uten at det blir faglig feil. De kombinerer faglig innhold med forventede elevsvar, strategier og fremgangsmåter. Det innebærer også å

lytte med intensjon om å forstå elevenes uferdige tenking. Kunnskapsområdet involverer kunnskap om utbredte hverdagsforestillinger og misoppfatninger innenfor et bestemt emne.

Læreplankunnskap er kunnskap om hvordan målene i læreplanene bygger på hverandre og hvordan de er strukturert for hele opplæringsløpet. Læreplankunnskap ligger på den fagdidaktiske siden da den tar hensyn til kunnskap om barns forutsetninger, utvikling og modning.

Sammenfattet kan man si at allmenn fagkunnskap, spesialisert fagkunnskap og horisontkunnskap er faglige kunnskapskomponenter, mens komponentene som inngår i den fagdidaktiske kunnskapen er knyttet til elevers læring i faget.

Bedre læring i realfagene med horisontkunnskap

Horisontkunnskap er som tidligere beskrevet kunnskap om hvordan viktige ideer og begreper henger sammen både innad i et emne og på tvers av emner. Det er altså kunnskap om fagets indre sammenheng og hvordan fagets emner henger sammen gjennom hele utdanningsløpet (Solem & Hovik, 2012). Horisontkunnskap innebærer å ha oversikt over hvordan en kjerneidé utvikler seg fra det enkle til det mer avanserte, og hvordan ideen henger sammen med andre ideer på tvers av emnene valgt ut i læreplan. En lærer med denne oversikten kan unngå å forenkle eller hoppe over en sentral ide, noe som kan bidra til "hull" i elevenes forståelse. En lærer med horisontkunnskap vil lettere kunne skape undervisning som støtter opp under elevers dybdelæring. For at dybdelæring skal kunne skje, er det viktig at kompleksiteten i det elevene skal lære øker gradvis. Dette skal bidra til at elevene utvikler dypere forståelse av innhold og sammenhenger i faget. For at realfaglærere skal kunne legge vekt på at elevene skal utvikle forståelse for innhold og sammenhenger i matematikk og naturfagene over tid, må lærerne selv ha kunnskap om hvordan ideene i sitt fag og fagområdene henger sammen. Lærere må altså ha horisontkunnskap.

Lærere i et utforskende klasserom er ofte løsrevet fra læreboka og undervisningen er preget av samtaler. De støtter seg mindre til den utvelgelsen og oppbyggingen forfatterne av lærebøker har valgt rundt et emnet. Lærere som underviser slik må bruke sin

horisontkunnskap både når de planlegger undervisningen og i klasserommet når de lytter til elevenes samtaler om sentrale ideer (Kajander & Lovric, 2017).

To realfaglige eksempler:

I matematikk og naturfag bygger faglige begreper ofte på andre begreper. Mange emner har derfor en naturlig faglig struktur som medfører en progresjon i læringsprosessen (Opsvik og Skorpen, s.148). I neste kapittel skal vi konkretisere horisontkunnskap i realfagene med et eksempel fra matematikk og et fra naturfag.

Den matematiske horisonten ved ekvivalensbegrepet.

Allerede i første klasse blir elevene kjent med tiervenner, som $3 + 7 = 2 + 8 = 4 + 6 = 5 + 5 = 1 + 9$. Elevene lærer at det finnes flere veier til å nå tallet 10 skrevet som summen av to naturlige tall. Når tallmengden utvides med desimaltall og brøker, vil elevene oppdage at det er uendelig mange muligheter til å finne tall som til sammen er lik 10. I slike eksempler på ekvivalens er det tydelig at likhetstegnet viser at verdien er den samme på begge sider av likhetstegnet. Tidlig i skolegangen møter elevene uttrykk som $5 + _ = 9$. Uttrykket peker på at elevene skal skrive inn en verdi slik at utsagnet blir sant. Selv om elevene finner et tall som de må addere med 5 for å få 9, tenker nok de fleste ikke på at de lager et ekvivalensuttrykk. En lærer med horisontkunnskap vil avslutte oppgaven med en setning som: «Hvis jeg skriver inn 4, blir verdien på begge sidene av likhetstegnet den samme». Et uttrykk blir mer komplekst når det står symboler i regnestykket istedenfor en ledig plass. I oppgaver som $5 + \textcircled{*} = 9$, må elevene finne et tall som skal stå istedenfor symbolet. De skal altså ikke bare sette inn et tall, men finne et tall som erstatter symbolet. Slike oppgaver er et første steg mot $5 + x = 9$.

I starten av arbeidet med algebra går mange oppgaver ofte ut på at elever skal lære å forenkle uttrykk. Underforstått skal svaret ha samme verdi som utgangspunktet. Forenkling av algebrauttrykk vil si å lage ekvivalente uttrykk. Dette kan selvsagt gjøres motsatt vei også. Oppgaver som «Skriv uttrykket $\frac{a+3}{3}$ på mange ulike måter», vil styrke forståelsen av ekvivalente skrivemåter ytterligere.

Selv om elevene jobber med å skrive et tall på mange måter og blir introdusert for ideen om ekvivalens tidlig, vil likevel mange etter hvert oppfatte likhetstegnet som et operasjonstegn med beskjeden “regn ut”. Mange av regnestykkene som elevene møter har formen: $2 \cdot 4 - 5 =$. Ideen om at likhetstegnet viser uttrykk av samme verdi har dermed lett for å forsvinne. Senere i opplæringsløpet vil elevene møte oppgaver med variabler. Måten oppgavene er satt opp på kan enten styrke at elevene oppfatter at likhetstegnet viser ekvivalente uttrykk eller støtte opp under misoppfatningen om at likhetstegnet betyr “regn ut”. Variabler beskriver sammenhenger, og er ikke først og fremst ukjente. Heter oppgaven forenkle uttrykket $3a + 5 + 6a - 2$ vil eleven gjerne forenkle det til $9a + 3$. Skrives derimot oppgaven med likhetstegn og variabelen a i tillegg er erstattet med x , for eksempel slik: $3x + 5 + 6x - 2 =$, vil mange elever ikke godta $9x + 3$ som svaret på oppgaven, men regne videre. De kan for eksempel skrive $9x + 3 = 0$ og noterer det endelige svaret som $x = -1/3 = -0.33$, eller de skriver $9x = 3$ med svaret $x = \frac{1}{3}$, eller de føler de ikke er ferdig med oppgaven og ber om hjelp til å komme videre. Disse elevene ser ikke forskjellen mellom en likning som et ekvivalent uttrykk, der man skal finne tall som gjør at utsagnet som likningen beskriver er sant, og et uttrykk som kan omformes på uendelig mange likeverdige måter. Dette viser at selv om elever starter med å finne ekvivalente uttrykk kan denne kunnskapen bli borte gjennom skoleløpet på grunn av oppgavetyperne de møter.

Lærerens horisontkunnskap består i å legge vekt på ekvivalens som gjennomgående tema gjennom hele skoleløpet fra naturlige tall til algebraiske uttrykk. Oppgaver som: «Skriv uttrykket på mange måter», istedenfor oppgaver som: «Forenkle uttrykket ...», vil kunne styrke kunnskapen om ekvivalensbegrepet. Først når elevene ser hva ekvivalensbegrepet innebærer vil de klare å bruke algebra på en verdifull måte.

Horisontkunnskap mellom fag og fagområder vises for eksempel i regning med formler. Uten ekvivalens vil det ikke være mulig å omforme formler. Det vil si at alle beregninger i geometri og fysikk bygger på ekvivalens. Horisontkunnskapen om ekvivalens er viktig for arbeid med realfagene. Formelregning og bruk av variabler hører med til arbeidsmåter i mange deler av realfagene.

Den naturfaglige horisonten ved energibegrepet

Energi er noe vi alle har et forhold til, men som likevel er vanskelig å definere. Lærebøker skriver av og til at «energi er det som får noe til å skje». En slik definisjon kan hjelpe elever til å forstå at energi alltid er involvert når noe skjer, enten det er noe som flytter på seg eller det forandrer form, farge eller temperatur. Samtidig kommer en slik forståelse av energi til kort i situasjoner der det ikke skjer noe selv om det er energi til stede, for eksempel når en ball ligger i ro oppå et bord. Det er derfor vanskelig å si enkelt akkurat hva energi er. Det naturfag derimot kan si, er at energi er en størrelse som alltid er bevart. Denne loven om energibevaring styrer alle naturlige prosesser og har derfor stor forklaringskraft. Den hjelper oss med å forstå hvorfor kollisjon med en lastebil er kraftigere enn kollisjon med en personbil med samme fart, den forklarer hvorfor vi blir kalde av å gå med våte klær og den forteller hvordan energi i næringsstoffer kan frigjøres i fordøyelsen og brukes til å drive kroppens funksjoner.

Allerede fra barnehagealder har barn erfaring med energi i ulike former og på ulike måter. De vet at det er større sjanse for å slå seg ved å hoppe ned fra et høyt tre enn ved å hoppe fra et lavt trappetrinn. De vet at de får større fart i akebakken dersom de starter lenger oppe. I begge situasjoner handler det om at en gjenstand har større stillingsenergi jo høyere over et nullpunkt (for eksempel bakken) den befinner seg, og at denne stillingsenergien går over til å bli bevegelsesenergi etter hvert som høyden avtar. Disse erfaringene knyttes ofte til matematiske modeller for stillingsenergi og bevegelsesenergi når elevene kommer til ungdomstrinnet. Stillingsenergi (eller potensiell energi) i jordas tyngdefelt er gitt ved $e_p = mgh$ og bevegelsesenergi (eller kinetisk energi) er $e_k = \frac{1}{2}mv^2$. Dette krever et annet abstraksjonsnivå enn den erfaringsbaserte kunnskapen elevene har fra før. Elevene må også forholde seg til flere begreper og størrelser, for eksempel *masse* m og *gravitasjonsakselerasjon* g , og de må se sammenhengen mellom erfaringer, observasjoner og matematiske modeller. Horisontkunnskap om energibegrepet innebærer altså blant annet å kunne sammenhengen mellom ulike former for energi og observerbare størrelser som fart, masse, temperatur og posisjon, både i menneskers erfaringer og i matematiske modeller.

En konsekvens av energibevarensloven er at energi aldri kan oppstå eller forsvinne, men den kan gå over i andre former. Elever har også erfaring med energi i ulike former fra tidlig alder, men sannsynligvis uten å se sammenhengen mellom dem. For eksempel har de

opplevd å bli varme av å stå i sola og å fryse i kaldt badevann som neppe intuitivt vil settes i sammenheng med det å ha stor eller liten fart i sklia. På høyere trinn vil elevene kunne se dette som *termisk energi* og fortsatt se dette som noe helt annet enn stillings- og bevegelsesenergi. Lærere med god horisontkunnskap om energi vet at termisk energi er energi på grunn av at gjenstander har en temperatur og at denne på mikronivå er knyttet til molekylenes bevegelsesenergi. Såkalt kjemisk energi – lagret i for eksempel mat, batterier eller olje – er også på mikronivå potensiell eller kinetisk energi som frigjøres når kjemiske bindinger endrer seg. Horisontkunnskap om energi innebærer dermed å se energi som én og samme fysiske størrelse som kommer til uttrykk i vidt forskjellige prosesser i naturen, for eksempel når strålingsenergi fra sola driver fotosyntesen, når kjemisk energi i mat omformes til ATP og lar musklene arbeide, og når stillingsenergi fra en innsjø omformes til elektrisk energi i et vannenergiverk.

Energi er alltid bevart når energi går over i andre former. Energi kan dermed aldri brukes opp, men energiens evne til å bli utnyttet av oss kan brukes opp. Dette kommer av *termodynamikkens andre lov*, som blant annet forklarer hvorfor vi i dagens samfunn kan snakke om «mangel på energi» selv om vi har energibevarensloven. I tillegg til å se energi i sammenheng med andre naturfaglige størrelser i ulike temaer i naturfag, vil en lærer med horisontkunnskap om energi også kunne knytte energi som faglig begrep til samfunnets energiutfordringer.

Referanser:

- Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389 – 407. DOI 10.1177/0022487108324554
- Charles, R. I. & Carmel, CA. (2005). Big Ideas and Understandings as the Foundation for Elementary and Middle School Mathematics. *NCSM Journal* 8(1), 9-25. Hentet fra <https://pll.asu.edu/p/system/files/lrm/attachments/Focus%201%20Math%20Big%20Ideas.pdf>, 12.10.18
- Fauskanger, J. (2017). Kunnskap nødvendig for effektiv matematikkundervisning – slik lærere selv ser det. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift (1–2017)*, 45 – 56. DOI: 10.18261/issn.1504-2987-2017-01-05.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2010). Undervisningskunnskap i matematikk: Tilpasning av en amerikansk undersøkelse til norsk, og lærernes opplevelse av undersøkelsen. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift* 94(2), 112 – 123. Hentet fra <http://www.idunn.no/ts/npt/2010/art05?highlight=#highlight>
- Jacob, B. & Fosnot, C.T. (2007). *The California Frog-Jumping Contest*. From *Contexts mathematics for learning*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Kajander, A. & Lovric, M. (2017). Understanding and supporting teacher horizon knowledge around limits: a framework for evaluating textbooks for teachers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(7), 1023 – 1042. DOI 10.1080/0020739X.2017.1301583
- Opsvik, F. & Skorpen, L.B. (2012). Om kvalitetar ved matematikkundervisning. I P.Haug (red.) *Kvalitet i opplæringa* (2012), 144-171. Oslo: Det Norske Samlaget.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand. Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Solem, I. H. & Hovik, E. K. (2012). “36 er et oddetall” - Aspekter ved undervisningskunnskap i matematikk på barnetrinnet. *Tidsskriftet FoU i praksis* 6(1), 47 – 60.
- Valenta, A. & Enge, O. (2015). Profesjonskunnskap for matematikklærerutdannere. *Bedre skole* 4/2015. Hentet fra <https://utdanningsforskning.no/artikler/profesjonskunnskap-for-matematikklarerutdannere/>, 29.11.2015
- Driel, J. H. v., Berry, A., & Meirink, B. (2014). Research on science teacher knowledge. In N. G. Lederman & S. K. Abell (Eds.), *Handbook of research on science education* (Vol. II). New York: Routledge.