



# Ulike uttrykksformer i matematikk

---

MARS 2019



Ingunn Valbekmo, Stig Atle Myhre og Stian Tømmerdal  
NTNU

## Innholdsfortegnelse

<b>INNHALDSFORTEGNELSE .....</b>	<b>2</b>
<b>REPRESENTASJONER ER ULIKE UTTRYKKSFORMER .....</b>	<b>3</b>
<b>REPRESENTASJONSTYPER .....</b>	<b>3</b>
<b>Å BRUKE FLERE REPRESENTASJONER.....</b>	<b>4</b>
<b>BRUK AV KONKRETER.....</b>	<b>5</b>
<b>REFERANSER .....</b>	<b>6</b>

## Representasjoner er ulike uttrykksformer

I matematikk brukes mange ulike uttrykksformer som representasjoner for matematiske begrep, ideer og strategier. Matematiske begrep og ideer er abstrakte, derfor må de representeres på et eller annet vis for at man skal kunne arbeide med dem.

Representasjoner kan være tallsymbol, tallinjer, geometriske figurer, tabeller, diagrammer, grafer, tegninger og beskrivelser med naturlig språk (Justnes, 2018). Å forstå og bruke ulike representasjoner er en viktig del av matematisk kompetanse. Tripathi (2008) sammenliknet å bruke ulike representasjoner med å se et objekt gjennom ulike linser. Man ser objektet fra ulike perspektiv, noe som vil kunne belyse ulike egenskaper. Et tegn på god begrepsforståelse i matematikk er at en kan representere et matematisk objekt på flere ulike måter (Enge & Valenta, 2013).

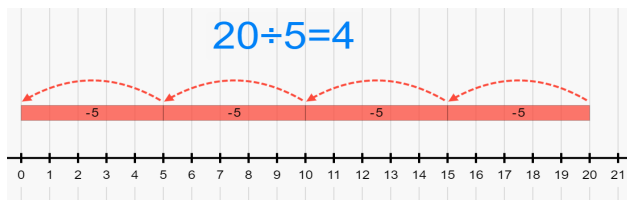
## Representasjonstyper

National Council of Teachers of Mathematics deler representasjoner inn i fem ulike typer: symbol, verbale representasjoner, kontekstuelle representasjoner, konkrete (fysisk) og visuelle representasjoner (NCTM, 2014). Kjennskap til representasjonsformer er ikke bare viktig for å løse problemer, det gir også mulighet til å forstå ulike aspekter ved et matematisk begrep. Mengden 3 kan representeres med alle de ulike typene representasjoner. *Visuelt* kan mengden representeres som punkt på ei tallinje og *verbalt* kan den representeres med ordet «tre». Mengden 3 kan representeres *kontekstuel* med utsagnet «Ola hoppet 3 meter i lengde», *symbolsk* med tallsymbolet 3 og *konkret/fysisk* med tre fingre eller tre tellebrikker. Flere studier påpeker at det er viktig å beherske bruk av forskjellige representasjonsformer og å kunne oversette mellom disse for at elevene skal kunne utvikle god begrepsforståelse (Niss & Jensen, 2002). Det er ikke alltid hensiktsmessig å representere matematiske begreper med alle representasjonstypene. Av og til kan det være tilstrekkelig å arbeide med to og andre ganger flere ulike typer.

### Eksempel – De fem typene representasjoner i divisjon med hele tall

La oss se på divisjon med hele tall hvor tjue divideres på fem. Dette regnestykket kan representeres:

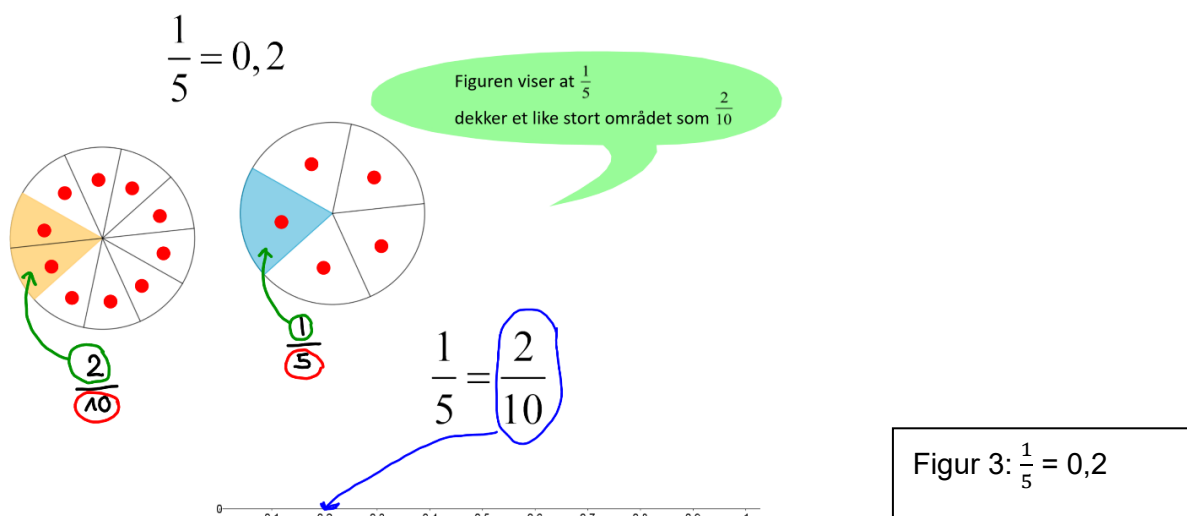
- Symbolsk:  $20:5$  eller  $\frac{20}{5}$
- Verbalt: «20 skal deles i 5 like store grupper».
- Kontekstuellet gjennom en regnefortelling: «Fem barn skal dele 20 kroner likt mellom seg. Hvor mange kroner får hvert barn?»
- Fysisk med konkrete: manipulering med 20 tellebrikker
- Visuelt på tallinja:



Figur 2: Målingsdivisjon

### Å bruke flere representasjoner

I matematikk er en av hovedutfordringene for elevene å se sammenhenger mellom forskjellige representasjoner (Gersten et al., 2009). Systematisk undervisning om relasjonen mellom ulike representasjoner er nødvendig for å utvikle robust begrepsforståelse i matematikk. Lærebøker i matematikk bruker ofte ulike representasjoner for å vise eller forklare matematiske begreper.



Figur 3:  $\frac{1}{5} = 0,2$

Figur 3 viser et eksempel hvor flere representasjoner (tallsymboler, piler, sirkler, tallinje, tekst og farger) illustrerer sammenhengen mellom brøk og desimaltall. Elevene trenger hjelp til å se hvordan representasjonene henger sammen og forklarer at  $\frac{1}{5}$  er det samme som 0,2.

Først når elevene forstår disse sammenhengene vil de kunne bruke ulike representasjoner i arbeid med matematiske problemer fleksibelt.

## Bruk av konkrete

I skolen er det tradisjon for at man bruker konkrete i begynneropplæringen, men etter hvert erstattes konkretene med symbolske representasjoner. Det er viktig å være bevisst på at det ikke er en motsetning mellom bruk av konkrete og symbolske representasjoner (Svingen, 2018). Om man bruker konkrete i undervisningen må de være egnet til å undersøke den matematiske ideen elevene skal utforske. Det er en dårlig idé å gi elevene konkrete uten støtte til hvordan de skal bruke dem. Elevene vil sannsynligvis ende opp med usystematiske undersøkelser som ikke støtter forståelsen av den matematiske ideen. På samme måte er det lite konstruktivt å vise trinn for trinn hvordan en oppgave kan løses ved hjelp av konkretene. Arbeidet med konkretene blir tankeløs manipulasjon uten at det utfordrer elevenes tenkning for det matematiske begrepet (Van de Walle, 2010). Elevene må se og forstå hvordan konkretene kan representere matematiske ideer, begreper eller strategier før de arbeider med konkrete på egen hånd. I eksemplet 20:5 kan elever manipulere med 20 tellebrikker, men da må de forstå at de 20 tellebrikkene representerer 20 i oppgaven og så må de selv finne noe som representerer 5, enten det er 5 elever, 5 ringer eller 5 kopper som brikkene skal fordeles i. Brikkene vil kunne synliggjøre elevenes ulike strategier for divisjon. Noen elever vil dele ut én og én brikke til hver av de 5, andre vil kunne dele ut to og to brikker, mens andre igjen ikke er systematiske i sine fordelinger. Reflektert og bevisst bruk av konkrete er avgjørende for elevenes læringsutbytte<sup>1</sup>.

Ulike typer representasjoner vil støtte elevenes læring av nye matematiske begrep. Gjennom å bruke og oversette mellom ulike representasjonstyper vil utvikling av begrepsforståelsen styrkes. For læreren er det nødvendig å ha oversikt over og være kjent med fordeler og ulemper ved ulike representasjonsformer og hvordan de kan knyttes sammen (Stein & Bovalino, 2001).

---

<sup>1</sup> [Les mer om bruk av konkrete, Svingen, 2019](#)

## Referanser

- Enge, O. & Valenta, A. (2013). Varierte representasjoner. *Tangenten*, 1, 8-12, 46.
- Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J. R. & Witzel, B. (2009). Assisting students struggling with mathematics: Response to intervention (RtI) for elementary and middle schools. *What Works Clearinghouse*.
- Justnes, C. N. (2018). Representasjoner i barnehagen.
- Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). Kompetencer og matematikklæring. *Uddannelsestyrelsens temahæfteserie*, 18(2002).
- Stein, M. K. & Bovalino, J. W. (2001). Manipulatives: One piece of the puzzle. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(6), 356.
- Svingen, O. E. L. (2018). Representasjoner i matematikk.
- Tripathi, P. N. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13, 438-445.
- Van de Walle, J. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7. utg.). Boston: Allyn and Bacon.