



Elevperspektivet i modellering

JANUAR 2025



NATURFAGSENTERET
NASJONALT SENTER FOR NATURFAG I OPPLÆRINGA



MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Stig Atle Myhre, Monica Rehaug
MATEMATIKKSENTERET, NTNU

Innholdsfortegnelse

MODELLERING I SKOLEN	3
MODELLERING I LÆREPLANEN	3
LÆRERENS ROLLE	4
ELEVENS ROLLE	5
KOM I GANG MED MODELLERING	7
LÆRERENS ROLLE I ARBEID MED EN MODELLERINGSOPPGAVE	7
KLASSESAMTALE OM MODELLERINGSPROSESSEN OG VEIEN VIDERE	9
REFERANSER	10

Modellering i skolen

Modellering gir elevene rike læringsmuligheter. De får mulighet til å utvikle problemløsningskompetanse, blant annet ved å argumentere, resonnere og vurdere egne løsninger.

Modellering i læreplanen

Modellering i matematikk har en sentral rolle i LK20. Begrepet modellering er nevnt blant annet i kjerneelementene, i et tverrfaglig tema og i kompetansemål for spesifikke trinn.

Kjerneelementene viser det mest betydningsfulle faglige innholdet som elevene skal arbeide med i opplæringen, og de skal prege innholdet og progresjonen i undervisningen.

(Utdanningsdirektoratet, u.å.). Det betyr at elevene bør arbeide med modellering gjennom hele skoleløpet. I kjerneelementet «Modellering og anvendelser» kommer det tydelig frem at elevene skal arbeide med problemer fra den virkelige verdenen:

«En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller. Det handler også om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke begrensninger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner. Anvendelser i matematikk handler om at elevene skal få innsikt i hvordan de skal bruke matematikk i ulike situasjoner, både i og utenfor faget.»

- Utdanningsdirektoratet, u.å.

Modellering er også nevnt i kjerneelementet «Matematiske kunnskapsområder» og i det tverrfaglige temaet «Folkehelse og livsmestring».

Modellering er spesifikt nevnt i kompetansemål etter 4. og 10. trinn, og i underveisvurdering for 8. trinn. Læreplanen for VGS (1P, 2P, 1T, S1, S2, R1 og R2) inneholder også kompetansemål som omtaler modellering.

Det er verdt å merke seg at trinn som ikke har ordet modellering i sine kompetansemål, likevel skal arbeide med kjerneelementene, og dermed med modellering.

Lærerens rolle

Det kan være nyttig å ha noen holdepunkter når du planlegger en økt med modellering. Her er noen prinsipper som er viktige i planleggingen og i gjennomføringen av en modelleringsøkt, inspirert av Ferri (2018).

1. Målet for økta

Du bør være bevisst hva målet for økta skal være. Skal målet være å øve på hele eller deler av modelleringsprosessen? Eller er målet å bruke modellering til å styrke forståelse av en matematisk idé?

2. Valg av modelleringsoppgave

Velg en modelleringsoppgave som er relevant for dine elever. Temaet kan være noe som interesserer dem akkurat nå (Taylor Swift, Liverpool etc.), noe som er aktuelt for elevene i nærmiljøet (en severdighet, et turområde etc.) eller noe elevene bør kunne forholde seg til (økonomi, samfunns spørsmål etc.).

3. Løs modelleringsoppgaven selv

Løs oppgaven selv ved å gå gjennom alle stegene i modelleringsprosessen. Skriv ned mulige løsninger elevene kan komme frem til. Tenk gjennom hvor de kan støte på problemer og hvordan du kan hjelpe dem videre. Lag gjerne åpne spørsmål knyttet til de ulike fasene i modelleringsprosessen, for eksempel «Hvilke opplysninger har vi?», «Hva mer trenger vi å vite?».

4. Organisering

Planlegg hvordan du vil introdusere oppgaven. Introduksjonen bør være kort, med åpning for oppklarende spørsmål. Husk at det er elevene som skal ta valg og gjøre avgrensninger, det er ikke din oppgave. Når elevene skal arbeide med oppgaven, bør de arbeide i små grupper. De bør også få beskjed om hvordan de skal presentere løsningen sin. Sett av nok tid til en oppsummeringssamtale.

5. I løpet av økta

Modellering kan være kognitivt krevende for elevene og de trenger øvelse i alle faser i modelleringsprosessen. Du skal støtte elevene i prosessen, men det er elevene som skal forstå og forenkle problemet ved å ta egne valg og antakelser. Det er derfor viktig at elevene får tid til å tenke selv før du kommer med hint eller spørsmål. Noen elever trenger bare et

hint som «Les oppgaven en gang til», mens andre elever kan trenger mer direkte spørsmål som «Hvilke opplysninger mangler?», eller mer spesifikk hjelp som «Hvor lang er en bil?».

Gå rundt til alle gruppene og ta notater. Legg merke til ulike modeller og løsningsstrategier. Velg ut grupper som skal presentere arbeidet sitt, slik at du får frem ulike modeller og løsninger i oppsummeringssamtalen.

6. Oppsummering

La gruppene vise frem ulike modeller og løsninger de har kommet frem til. Det er viktig å la elevene få samtale om hvorfor gruppene har kommet frem til ulike løsninger. Husk at ulike valg og antakelser som er tatt gir ulike modeller, som igjen gir ulike løsninger.

Elevers rolle

Når elever arbeider med modelleringsoppgaver, vil spesielt starten være krevende (Ferri, 2018). Det er fordi opplysninger de trenger for å løse oppgaven, ikke er gitt. Det er verdt å merke seg at elevenes egne oppfatninger av hva de skal gjøre når de arbeider med en matematikkoppgave, kan være til hinder, til tross for at oppgaven ikke er for komplisert eller matematisk krevende (Nordskog, 2024). Et eksempel er elever som forventer å få en løsningsmetode fra lærebok eller lærer, før de så skal bruke den til å løse en oppgave. Modellering blir da utfordrende fordi elevene selv er nødt til å finne en metode.

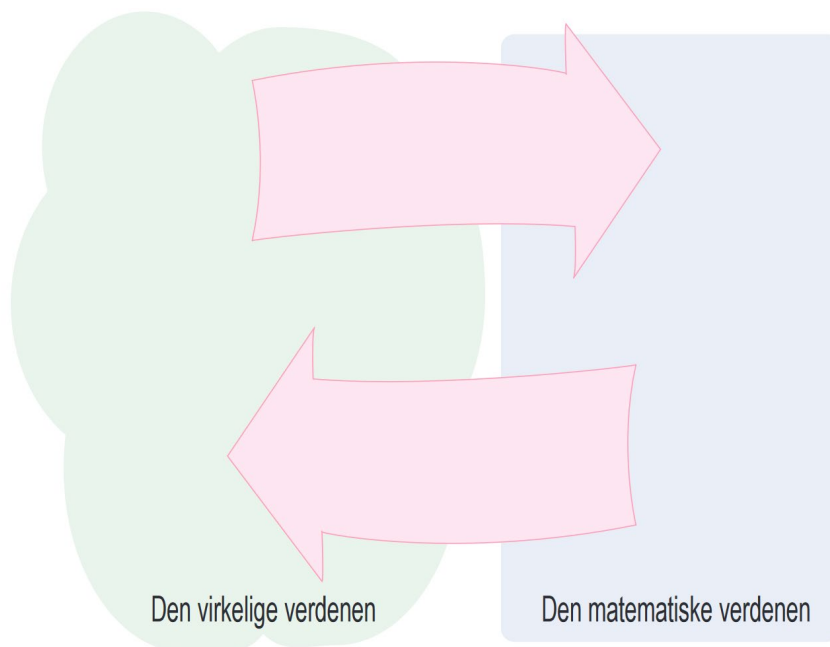
Å gjøre elevene bevisste på at de arbeider med modelleringsoppgaver, kan føre til at de forstår at de må tilnærme seg problemet på en annen måte. Det kan også føre til at elevene forstår hvilken kompetanse de trenger når de arbeider med modellering.

Det er ikke nødvendig å gjøre elevene kjent med modelleringsprosessen i detalj. Etter at de har fått erfaring med modellering, kan det imidlertid være nyttig å bevisstgjøre elevene på de viktigste fasene i prosessen og å kreve at de kan redegjøre for dem i arbeidet sitt. Det kan føre til at det blir lettere for elevene å vite hvordan de skal angripe en modelleringsoppgave. Her er fire punkter elevene kan forholde seg til (Blum & Ferri, 2009):

1. Forstå problemet
 - Les teksten godt og se for deg situasjonen.
 - Lag en skisse.
2. Lag en modell
 - Finn informasjon du trenger. Om nødvendig, gjør antakelser.

- Se etter matematiske sammenhenger (finn ut hvilken matematikk du trenger).
3. Bruk matematikk
- Gjør beregninger.
 - Skriv ned det matematiske resultatet.
4. Forklar løsningen
- Gjør rede for valg og antakelser.
 - Knytt svaret til oppgaven. Hvis nødvendig, gå tilbake til punkt 1.
 - Kan svaret du har fått være et svar på det opprinnelige problemet?

En annen måte å bevisstgjøre elevene på de ulike delene av modelleringsprosessen er å bruke Madsen og Eriksen (2024) sin tomme **modelleringssyklus**. Den er en forenklet versjon av modelleringsprosessen med fire områder: den virkelige verdenen, den matematiske verdenen og de to overgangene mellom disse. Underveis i prosessen kan du stoppe elevenes arbeid, og la de reflektere over hva de gjør og notere hvor det hører hjemme i den tomme modelleringssyklusen.



FIGUR 1: DEN TOMME MODELLERINGSSYKLUS, MADSEN OG ERIKSEN (2024)

Kom i gang med modellering

Når elevene skal arbeide med en modelleringsoppgave for første gang, kan det være greit å bruke en oppgave som ikke er for omfattende og som er løsbart i løpet av en skoletime. Da er det mer sannsynlig at elevene får erfare hele modelleringsprosessen. Husk å gi elevene god tid til å dele erfaringene med oppgaven og modelleringsprosessen i klassen etterpå.

Lærerens rolle i arbeid med en modelleringsoppgave

1. Målet for økta

Første gang elevene skal arbeide med en modelleringsoppgave bør målet for økta være at de skal erfare alle delene i modelleringsprosessen.

2. Valg av modelleringsoppgave

Temaet i oppgaven bør være kjent for elevene. Dette er spesielt viktig i den første og siste fasen i modelleringsprosessen.

Oppgaven bør ikke være så omfattende, slik at elevene raskt vil forstå hva oppgaven handler om. Den bør ha lav inngangsterskel. Samtidig bør oppgaven gi elevene gode muligheter til å gjennomføre flere runder i modelleringsprosessen

3. Løs modelleringsoppgaven selv

Før elevene skal løse oppgaven, må du som lærer løse oppgaven. Tenk gjennom hva du gjør og knytt det til de ulike delene i modelleringsprosessen. Hvor kan elevene møte utfordringer, og hvordan vil du hjelpe elevene videre? Erfaringene du får er svært nyttige når du skal støtte elevene i prosessen og når du skal velge ut eksempler på elevarbeid til oppsummeringen.

4. Organisering

Vis oppgaven og les den høyt. Gi rom for oppklarende spørsmål, men husk at det er elevene selv som skal ta valg og gjøre antakelser for å lage sin egen modell.

Vi anbefaler at elevene arbeider i små grupper.

Det kan være en fordel å bruke vertikale tavler, for eksempel selvheftende whiteboardfilm. De gjør det blant annet lettere for deg som lærer å få en oversikt over elevens arbeid underveis, og gjør arbeidet synlig for hele gruppa. Det gir også grupper som står fast mulighet til å få støtte fra tavlene til de andre gruppene.

5. I løpet av økta

Gå rundt og skaff deg en oversikt over valg, antakelser og strategier. Hvis grupper trenger støtte, bør du stille åpne spørsmål (spørsmål som ikke har et fasitsvar). For eksempel: Hvilke opplysninger mangler? Hvordan har dere tenkt?

Hvor direkte spørsmålene bør være er avhengig av gruppenes behov. Men husk å la elevene få tid og mulighet til å tenke selv.

Ofte stopper elevene når de har en matematisk løsning. De validerer sjelden løsningen sin opp mot det virkelige problemet (Utdanningsdirektoratet, 2014). Da må du stille spørsmål som leder elevene tilbake til det virkelige problemet. Eksempel: «Kan dette stemme?»

6. Oppsummering

Velg ut grupper med ulike modeller og løsninger. Hvorfor har gruppene fått ulike svar? Det er viktig at elevene begrunner valg og antakelser de har gjort.

Klassesamtale om modelleringsprosessen og veien videre

Etter dette første møtet med en modelleringsoppgave kan du ha en klassesamtale om oppgaven, der fokuset er på den første fasen i modelleringsprosessen. Elevene er ikke erfarne med denne type oppgave og det kan derfor være lurt å reflektere rundt noen av erfaringene de fikk.

Sammenligne oppgaver

La elevene reflektere over likheter og forskjeller mellom en lukket tekstoppgave og en modelleringsoppgave. Du kan for eksempel ta utgangspunkt i [«Bilkø i snø»](#) og denne tekstoppgaven:

På E6 sto 2500 kjøretøy i kø. I tabellen er en oversikt over kjøretøyene som sto i denne køen. I tillegg var det 2 m mellom hvert kjøretøy. Hvor lang var køen?

Kjøretøy	Lengde	Antall
Personbil	4 m	2000
Lastebil	12 m	200
Buss	16 m	100
Varebil	8 m	50
Bil m/henger	8 m	50

Utfordre elevene til å finne likheter og forskjeller mellom oppgavene, men ha mest fokus på forskjellene. De fleste elevene vil oppdage at i tekstoppgaven er alle opplysninger gitt, mens i modelleringsoppgaven måtte de ta egne valg og gjøre egne antakelser. Få elevene til å sette ord på hva de måtte bestemme selv. For eksempel hvilke kjøretøy som var i køen, hvor lange kjøretøyene var og hvor stor plass det var mellom kjøretøyene. Et av kjennetegnene ved modellering er at elevene selv skal gjøre antakelser og i noen tilfeller hente inn opplysninger for å løse oppgaven. Gjør elevene bevisste på dette ved å løfte det frem i samtalen.

La elevene dele erfaringer om hvordan de opplevde modelleringsprosessen i arbeidet med «Bilkø i snø». Noen synes kanskje det var vanskelig å komme i gang og noen ble kanskje

frustrerte. Andre synes kanskje det var artig at de kunne bestemme mye i oppgaven selv. Ved å dele disse erfaringene, vil de være mer forberedte til neste gang de skal arbeide med en modelleringsoppgave.

Elevene bør arbeide med flere modelleringsoppgaver slik at de får erfaring med hele modelleringsprosessen. Deretter kan du, sammen med elevene, utarbeide en oversikt over hvilke steg prosessen består av. En slik oversikt kan være en utfylt versjon av Eriksen og Madsen (2024) sin tomme modelleringssyklus, eller den kan ligne de fire punktene fra Blum & Ferri (2009):

1. Forstå problemet
2. Lag en modell
3. Bruk matematikk
4. Forklar løsningen

Innholdet i denne teksten er revidert fra nettsiden «Modellering i matematikk» av Matematikksenteret.
<https://www.matematikksenteret.no/modellering>.

Referanser

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). *Mathematical modelling: Can it be taught and learnt*. Journal of mathematical modelling and application, (s. 45-58.).

Eriksen, S. og Madsen, J. (2024). Den tomme modelleringssyklusen. *Tangenten*, 35(2), 15-22.

Nordskog, L. (2024). Modellering – å bryte med forventningene. *Tangenten*, 35(2), 56-60.

Ferri, R. B. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>

Steffensen, L. (2023). *Modellering matematikk for skole og samfunn*. Caspar forlag AS.

Utdanningsdirektoratet. (u.å.) *Matematikk 1-10 (MAT01-05)*. Hentet 10. juni 2024 fra <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer>

Utdanningsdirektoratet (u.å.), *Hva er kjerneelementer?* Hentet 13. juni 2024 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>

Utdanningsdirektoratet (2014). *Nasjonale prøver i regning – Veiledning til lærere – Regning 8. og 9. trinn. DEL 2.* Utdanningsdirektoratet.